

УДК 519.246.8

магістрант Богуш К.В., д.т.н., проф., Дробишев Ю.П.

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»**

АНАЛІЗ ФОНДОВОГО РИНКУ УКРАЇНИ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Abstract

*Kateryna Bogush, student; Yuriy P. Drobyshev, prof., PhD;
Singular Spectrum Analysis of Ukraine's Stock Market*

This paper concerns the description of the Singular Spectrum Analysis (SSA), showed how SSA can be used to define trend, periodicity and slow-varying components in stock market time series.

Вступ

У даний час актуальним є аналіз і прогнозування фінансових ринків з використанням методів математичної статистики. Особливістю часових рядів, що відображають історію ринку, є те, що їх характеристики (ціни, обсяги операцій, індикатори тощо) формуються з декількох складових: повільної нерегулярної складової (тренда), повільної сезонної складової, періодичної або коливальної складової (швидкої нерегулярної малої варіації) і випадкової складової (описуваної випадковим процесом певного типу). Важливою особливістю часових рядів економічного характеру є наявність періодичності зі змінною величиною періоду.

Розглянуті особливості показують, що для дослідження фінансових ринків не досить ефективними є такі класичні методи аналізу [1] як метод ковзного середнього, авторегресійна модель, аналіз Фур'є [2], оскільки вони використовують розкладання початкової функції в ряд за фіксованою системою базисних функцій, що породжує властивість строгої періодичності. Тому вирішення даної проблеми вимагає використання нових підходів та методів.

Досить цікавим та перспективним є використання сингулярного спектрального аналізу [3] для прогнозування часових рядів. Він дозволяє розкласти часовий ряд на інтерпретовані адитивні складові. При цьому метод не вимагає стаціонарності ряду, знання моделі тренду, а також відомостей про наявність у ряді періодичних складових та їх періодів. За таких незначних припущень метод сингулярного спектрального аналізу може вирішувати велике коло задач, наприклад, виділення тренду,

виявлення періодики, згладжування ряду та побудову повного розкладання ряду в суму тренда, періодики та шуму.

Постановка задачі

Метою роботи є аналіз динаміки волатильності показників фондового ринку України за допомогою алгоритму сингулярного спектрального аналізу.

Основні положення

В якості показників фондового ринку приймаються найбільш агреговані змінні, які характеризують доходність або ціну ринкового портфеля, але не окремих активів, що складають портфель. Індикатором ринку акцій України виступає індекс Першої Фондової Торгової Системи (ПФТС). Індекс ПФТС щоденно розраховується за результатами торгів на фондовій біржі ПФТС на основі середньозваженої ціни згідно угод [4]. Статистичні дані по індексу узяті з [5] та охоплюють проміжок з 1997 по 2010 роки.

Терміном «волатильність» охоплені умовні дисперсії та коваріації.

Під поняттям «тренд» розуміють довгострокову тенденцію зміни досліджуваного часового ряду.

Опис алгоритму

Розглянемо часовий ряд з дійсними значеннями $F = (f_0, \dots, f_{N-1})$ довжини N , $N > 2$.

Базовий алгоритм сингулярного спектрального аналізу [3] складається з двох етапів: розкладання та відновлення.

Перший крок – вкладення – переводить вихідний ряд у послідовність багатомірних векторів. Обирається деяке ціле L – довжина вікна, таке, що $1 < L < N$. Процедура вкладення утворює $K = N - L + 1$ векторів вкладення $X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T$, $1 \leq i \leq K$ розмірності L . Траєкторна матриця ряду F $X = [X_1 : \dots : X_K]$ складається з векторів вкладення у якості стовпців. Таким чином, траєкторна матриця матиме вигляд

$$X = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}$$

Очевидно, що $x_{ij} = f_{i+j-2}$ і матриця X має однакові елементи на усіх діагоналях, перпендикулярних головній діагоналі. Тобто траєкторна матриця є ганкелевою матрицею.

Наступний крок – сингулярне розкладення тракторної матриці ряду. Нехай $S=XX^T$, $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ – власні числа матриці S , узяті в незростаючому порядку ($\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L$) і U_1, \dots, U_L – ортонормована система власних векторів матриці S , що відповідають власним числам.

Нехай $d=\max\{i: \lambda_i > 0\}$. Якщо позначити $V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}}, i = 1, \dots, d$ тоді сингулярне розкладання матриці X може бути записаним як:

$$X=X_1+\dots+X_d, \quad (1)$$

де $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$. Кожна матриця X_i має ранг 1, тобто є елементарною. Набір $\sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ – власна трійка сингулярного розкладу

Другий етап – відновлення – полягає у групуванні та діагональному усередненні. На основі розкладання (1) процедура групування поділяє усю множину індексів $\{1, \dots, d\}$ на m підмножин I_1, \dots, I_m , які не перетинаються.

Нехай $I=\{i_1, \dots, i_p\}$. Тоді результуюча матриця X_I , що відповідає групі I , визначається як $X_i = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}$.

Розклад (1) може бути записаний у згрупованому вигляді

$$X_i = X_{I_1} + \dots + X_{I_m}. \quad (2)$$

На останньому кроці кожна матриця згрупованого розкладу (2) переводиться у новий ряд довжини N . Застосовуючи діагональне усереднення до результуючих матриць X_{I_k} , отримаємо ряди $\tilde{F}^{(k)} = (\tilde{f}_0^{(k)}, \dots, \tilde{f}_{N-1}^{(k)})$, і, відповідно, початковий ряд (f_0, \dots, f_{N-1}) розкладається у суму m рядів: $f_n = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_n^{(k)}$.

Під час групування слід зауважити:

1) Тренду у ряді відповідають власні трійки з повільно змінними сингулярними векторами.

2) Власні числа, породжені гармонікою, близькі одне до одного, принаймні, коли L та K у декілька разів більші за $1/w$, де w – частота гармоніки. Таким чином, парі власних трійок, породжених гармонікою, відповідають послідовні власні трійки.

Приклад апробації алгоритму аналізу на індексі ПФТС

Проведено декомпозицію ряду індексу ПФТС (на основі 2840 значень) з величиною вікна 1419 значень.

Як видно з рис. 1(а) та 1(б) суттєво виділяється перша власна трійка, яка відповідає тренду та наступні пари трійок. На рис. 1(б) зображено w -кореляцію – зважена кореляція між відновленими рядами, рівність її нулю є необхідною умовою розділимості компонент ряду. Очевидно, що всередині пари, породженої гармонікою, w -кореляція висока, а між

парами та трендом – близька до нуля (білий колір відповідної чарунки матриці кореляцій).

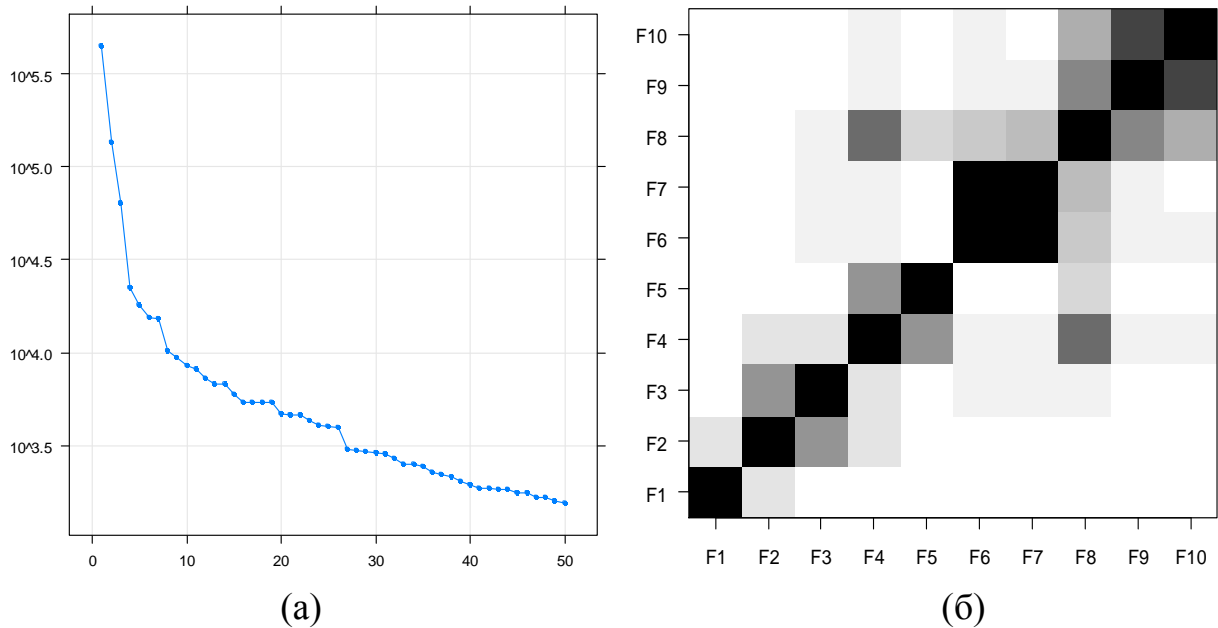


Рис.1. Аналіз індексу ПФТС: (а) – логарифм перших 100 власних чисел, матриця w -кореляцій елементарних відновлених компонент ряду.

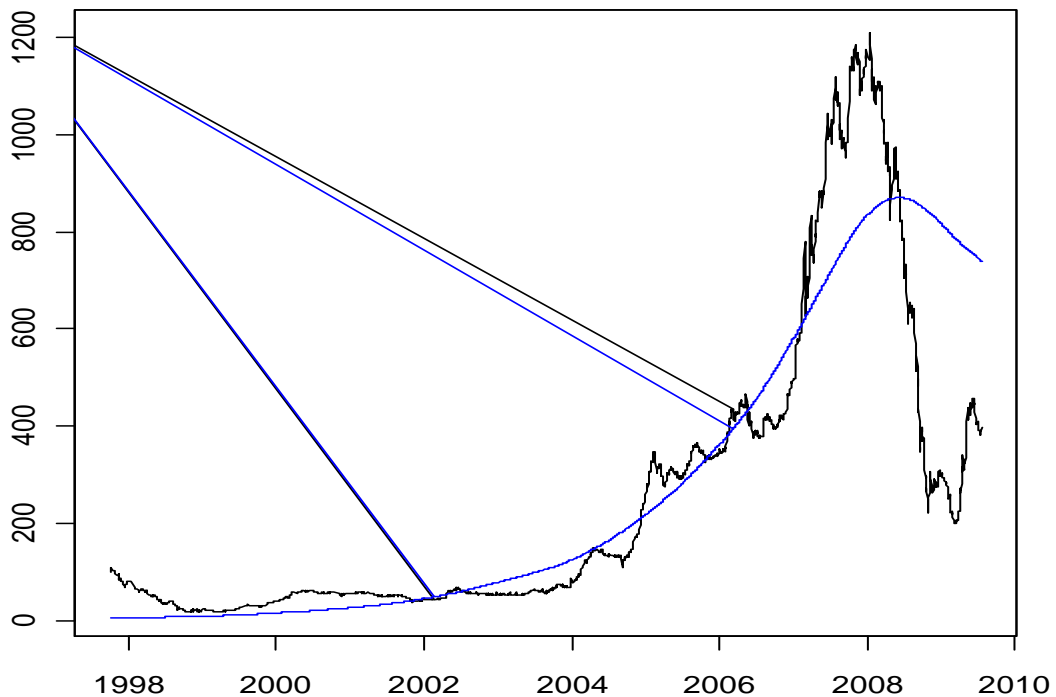


Рис. 2. Початковий ряд (індекс ПФТС) та отриманий в результаті застосування алгоритму аналізу тренд.

Таким чином, згрупувавши, отримаємо тренд (рис. 2), періодичну складову та слабо-змінну компоненту.

Висновки

В даній роботі запропоновано алгоритм дослідження часових рядів на основі сингулярного спектрального аналізу. Запропоновано застосування даного методу до аналізу фінансових часових рядів. Сингулярний спектральний аналіз дозволяє розкласти часовий ряд на прості компоненти: повільні тренди, сезонні та інші періодичні або коливальні складові, а також шумові компоненти. Експериментальна робота з аналізу реальних фінансових часових рядів показує ефективність алгоритму та підтверджує актуальність подальших досліджень у даному напрямку.

Надалі планується застосувати алгоритм для прогнозу фінансових часових рядів.

Література

1. Бокс Дж., Дженкінс Г. Анализ временных рядов: прогнозирование и управление. – М.: Наука. – 1974. – 405с.
2. Карташкин А. Преобразование Фурье // НиТ, 2000 [Електронна версія] – Режим доступу: n-t.ru/tp/iz/pf.htm.
3. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: Учеб. пособие. СПб:Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2004. 78с.
4. Правила розрахунку індексу ПФТС приватного акціонерного товариства «фондова біржа ПФТС» затверджено наглядовою радою від 9 вересня 2010р.
5. PFTS: ua-exchange [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.pfts.com>.