УДК 681.301

Д.т.н., професор Зайцев В.Г., студент Цешнатій О.І.

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»**

МОДЕЛЬ ЧЕРГИ З ПРІОРИТЕТАМИ ДЛЯ ОЦІНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАНУВАЛЬНИКА ROUND-ROBIN

Abstract

Volodymyr G. Zaitsev, prof., Dc.S; Oleksii Tseshnatii, student
The model stage with the priorities for assessment of scheduler Round-Robin

This paper concerns the task of model stage with the priorities for scheduler Round-Robin. It was considered that the model of scheduler Round-Robin based on classic Markov model of «reproduction and death». The model of scheduler Round-Robin are discussed, and the formulas to calculate the steady state probabilities are given, which are then applied to the modeling queuing processes. Formulas describing some of the parameters are derived. Model stage of the priorities for assessment of scheduler Round-Robin allows to investigate the system performances.

Вступ

Важливу роль у спеціалізованих комп’ютерних системах відіграє планувальник операційної системи, що задовольняє заявки на включення інших програм операційної системи, а також функціональних алгоритмів і запускає на виконання відповідні програми. Планування виконання завдань є однією з ключових стратегій в багатозадачності і багатопроцесорних системах як в операційних системах загального призначення, так і в операційних системах реального часу.

При розробці планувальника важливо визначити такі його характеристики як завантаженість процесора, середній час очікування у черзі процесів з різними рівнями пріоритетів та ін. Для вирішення цієї задачі можна використати моделі теорії масового обслуговування і отримати відповідні оцінки через граничні ймовірності станів відповідних моделей.

У даній статті пропонується створення моделі черги з пріоритетами [1, 2] для моделювання роботи планувальника Round-Robin, щоб дослідити параметри системи (середнє число вимог, обслужених протягом циклу, середня тривалість циклу і т.п.), які визначаються через граничні ймовірності станів.

Постановка задачі

Задача полягає в побудові моделі черги з пріоритетом та моделі планувальника Round-Robin, а також визначення граничних ймовірностей [3, 4] станів для дослідження параметрів продуктивності системи масового обслуговування при плануванні виконання завдань.

Термінологія

Планувальник – це програма або сервіс операційної системи, що призначає пріоритети процесам в черзі з пріоритетами.

Round-Robin – це алгоритм розподілу навантаження розподіленої обчислювальної системи методом перебору і впорядкуванням її елементів по круговому циклу.

Марківський ланцюг називається процесом «загибелі та розмноження», якщо його граф стану (рис.1) має такий вигляд:

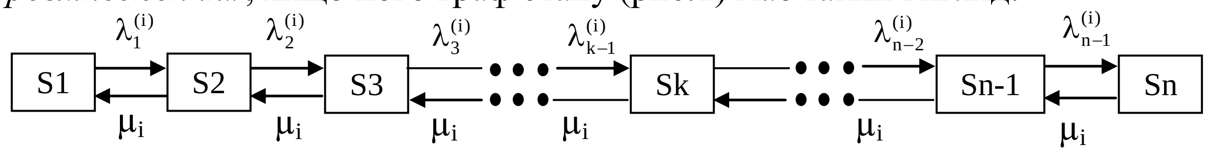

Рис. 1. Марківський ланцюг «загибелі та розмноження»

Використані позначення на рис.1: S_k – k-тий стан системи, тобто прийнята k-та заявка на обслуговування, $\lambda_k^{(i)}$ – інтенсивність потоку надходження заявок, а μ_i – інтенсивність обслуговування заявок. Ймовірність перебування системи у стані k становить P_k. Всі стани в графі на рис. 1 витягнуті в один ланцюг, в котрому кожен із середніх станів ($S_2,\ldots,S_{n-1}$) зв'язаний прямим та зворотним зв'язком з кожним із сусідніх станів, а крайні стани (S_1, S_n) – тільки із сусіднім станом.

Опис моделі

Заявки, що обслуговуються за алгоритмом Round-Robin мають найнижчий пріоритет. Заявки на переривання мають більший пріоритет. Їх модель може бути представлена марківським процесом «загибелі та розмноження».

Модель циклічного обслуговування може бути представлена наступним чином: здійснюється послідовне опитування джерел заявок, які занумеровані від 0 до m. Якщо на момент опитування в джерела є вимога на обслуговування, воно обслуговується , якщо ні, переходить до наступного по номеру джерелу і т.д. Після джерела з номером m планувальник повертається до номера 1 і цикл повторюється. Будемо вважати, що час надходження заявки має експоненціальний розподіл із середнім значенням $\frac{1}{\lambda}$, час опитування стану каналу $\tau = const$, час обслуговування $\nu = \frac{1}{\mu}$. Назвемо циклом час , необхідний каналу для обходу всіх джерел з номерами від 1 до m. За умови, що за один обхід обслуговується n джерел , вираз для циклу матиме такий вигляд:

$$T_{\ddot{o}} = n\nu + m\tau .$$

Позначимо через ξ_n ймовірність того, що при черговому циклі канал обслужить n вимог від джерел з номерами i,…,k,…z; (z>i>1,z<m). Знайдемо ймовірність того, що в загальному ряді з n+1 вимог на обслуговування присутні n вимог від джерел з номерами i,...,k,...z і одна вимога або від 1-го, або від m-го джерела.

Для цього розглянемо наступні 2 події:

- канал виявив n+1 вимог від джерел з номерами 1,...,i,...,k,...z вимога від m-го джерела відсутня;
- канал виявляє n+1 вимог від джерел з номерами i,...,k,...z; вимога від m-го джерела відсутня.

Сума знайдених ймовірностей дорівнює ймовірності того, що за час опитування m-1-го (після опитування з номером 1) буде виявлено n вимог. Тому, враховуючи те, що ймовірність відсутності вимоги від m-го джерела за час повного циклу $T_ц$ дорівнює $e^{-\lambda(m\tau+n\nu)}$, одержимо

$$\xi_n = \xi_n e^{-\lambda(m\tau+n\nu)} + \xi_{n+1} e^{-\lambda(m\tau+(n+1)\nu)} .$$

Розглядаючи ті ж дві події за умови, що виявлено вимогу від m-го джерела, одержимо

$$\xi_{n+1} = \xi_n (1-e^{-\lambda(m\tau+n\nu)}) + \xi_{n+1}(1-e^{-\lambda(m\tau+(n+1)\nu)}) .$$

Помітимо, що для останніх двох рівнянь справедлива наступна властивість

$$\xi_{n+1} = \xi_n (1-e^{-\lambda(m\tau+n\nu)}) e^{-\lambda(m\tau+(n+1)\nu)} . \qquad (1)$$

Нехай P{ i,...,k,...z} - ймовірність того, що за час циклу обслуговується n вимог з номерами (i,...,k,...z), а вимогу від m-го джерела не виявлено, тобто

$$P\{i,...,k,...z\} = \xi_n e^{-\lambda(m\tau+n\nu)} . \qquad (2)$$

Позначимо через P{ i',...,k',...z',...m} ймовірність того, що за час циклу виявлена й обслужена (m-1) вимога від джерел з номерами i',...,k',...z', і одна вимога від джерела з номерам m.

$$P[i',...,k',...,z',...,m\} = \xi_{n-1}\left\{1-e^{-\lambda(m\tau+(n-1)\nu)}\right\}. \qquad (3)$$

З (1) треба, що

$$\xi_n e^{-\lambda(m\tau+n\nu)} = \xi_{n-1}\left\{1-e^{-\lambda(m\tau+(n-1)\nu)}\right\}. \qquad (4)$$

Відповідно до цього, порівнюючи вираз для P{i,...,k,...z} і P{i',...,k',...z',...m} приходимо до висновку , що вирази відповідають (4), а , отже, P{i,...,k,...z}=P{i',...,k',...z',...m}, тобто ймовірність виявлення n вимог в системі за час циклу не залежить від конкретних комбінацій номерів джерел.

Нехай P_n – ймовірність того, що за час циклу виявлена й обслужена одна з можливих комбінацій, що містять n вимог. Тоді, згідно (2)

$$P_n = \xi_n e^{-\lambda(m\tau+n\nu)}. \qquad (5)$$

Підставляючи (5) в (1) отримаємо

$$P_{n+1} = P_n(e^{\lambda(m\tau+n\nu)}-1).$$

Інакше можна записати:

$$P_{n+1} = P_0\prod_{j=0}^{n-1}\{e^{\lambda(m\tau+j\nu)}-1\}. \qquad (6)$$

З огляду на те, що число можливих комбінацій джерел, які запросили обслуговування n вимог протягом циклу, дорівнює C_m^n, можна записати

$$\sum_{n=0}^{m} C_m^n P_n = 1. \qquad (7)$$

Спільно розв’язуючи (6) і (7), одержимо

$$P_0 = \frac{1}{1+\sum\limits_{n=1}^{m} C_m^n \prod\limits_{j=0}^{n-1}\{e^{\lambda(m\tau+j\nu)}-1\}}.$$

Середнє число вимог E(n), обслужених протягом циклу, визначається як

$$E(n) = \sum_{n=1}^{m} nC_m^n P_n = mP_0\sum_{n=0}^{m-1} C_{m-1}^n \prod_{j=0}^{n}\{e^{\lambda(m\tau+j\nu)}-1\}.$$

Середня тривалість циклу

$$E(T_{ö}) = m\tau + E(n)\nu.$$

Слід врахувати, що система має пріоритет, тому необхідно визначити ймовірність відсутності заявки на переривання.

Ймовірність відсутності заявки на переривання визначається шляхом підрахунку граничних ймовірностей марківської моделі:

$$P_0^* = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1^{(i)}}{\mu_i} + \frac{\lambda_2^{(i)}\lambda_1^{(i)}}{\mu_i^2} + \ldots + \frac{\lambda_{k-1}^{(i)}\lambda_{k-2}^{(i)}\ldots\lambda_1^{(i)}}{\mu_i^{k-1}} + \ldots + \frac{\lambda_{n-1}^{(i)}\lambda_{n-2}^{(i)}\ldots\lambda_1^{(i)}}{\mu_i^{n-1}}}.$$

Тоді, вираз для підрахунку середньої тривалості циклу матиме вид:

$$E(T_{ö}) = m\tau + \frac{E(n)\nu}{P_0^*}.$$

Можна також визначити й інші характеристики СМО.

Висновки

Отже, запропонована модель [3-5] дозволяє дослідити обслуговування заявок планувальником Round-Robin з урахуванням пріоритету заявок різних процесів.

Обчислення відповідних характеристик моделі (планувальника) через граничні ймовірності станів наведено, наприклад, у [4] і не викликає принципових складнощів.

Література

1. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984. Т.1.; 528 с. Т. 2. 738 с.
2. *Колмогоров А.Н., Журбенко И.Г., Прохоров А.В.* Введение в теорию вероятностей. М.: Наука, 1982. 160 с.
3. *Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н.* Теория массового обслуживания. М.: Высш. шк., 1982. 256 с.
4. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1991. 384 с.
5. *Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н.* Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987. 336 с.