УДК 519.688

Д.т.н., професор Зайцев В.Г., студент Цешнатій О.І.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

УНІВЕРСАЛЬНА МОДЕЛЬ «ЗАГИБЕЛІ ТА РОЗМНОЖЕННЯ» ДЛЯ ПЛАНУВАЛЬНИКА

Abstract

Volodymyr G. Zaitsev, prof., DS; Oleksii Tseshnatii, student
Universal model «reproduction and death» for scheduler
This paper concerns the task of universal model «reproduction and death» for scheduler. It was considered a classic Markov model of «reproduction and death». The processes of reproduction and death are discussed, and the formulas to calculate the steady state probabilities are given, which are then applied to the modeling queuing processes. Formulas describing some of the parameters are derived. Universal model of «reproduction and death» for options scheduler allows to investigate the system performances.

Вступ

Важливу роль у спеціалізованих комп'ютерних системах відіграє планувальник операційної системи, що задовольняє заявки на включення інших програм операційної системи, а також функціональних алгоритмів і запускає на виконання відповідні програми. Планування виконання завдань є однією з ключових стратегій в багатозадачності і багатопроцесорних системах, як в операційних системах загального призначення, так і в операційних системах реального часу.

При розробці планувальника важливо визначити такі характеристики як завантаженість процесора, середній час очікування у черзі процесів з різними рівнями пріоритетів і таке інше. Для вирішення цієї задачі можна використати моделі теорії масового обслуговування і отримати відповідні оцінки через граничні ймовірності станів відповідних моделей.

У даній статті пропонується створення універсальної моделі «загибелі та розмноження» [1, 2] для моделювання роботи планувальника, щоб дослідити продуктивність системи (завантаженість процесора, пропускну здатність і т.п.), яка визначається через граничні ймовірності станів.

Постановка задачі

Задача полягає в побудові моделі марківського ланцюга «загибелі та розмноження» та визначення граничних ймовірностей [3, 4] станів для дослідження параметрів продуктивності системи масового обслуговування при плануванні виконання завдань.

Термінологія

Планувальник – це програма або сервіс операційної системи, що призначає пріоритети процесам в черзі з пріоритетами.

Марківський ланцюг називається процесом «загибелі та розмноження», якщо його граф стану (рис.1) має такий вигляд:

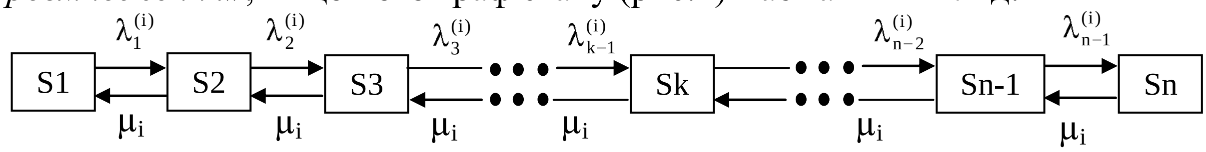

Рис. 1. Марківський ланцюг «загибелі та розмноження»

Використані позначення на рис.1: S_k – k-тий стан системи, тобто прийшла k-та заявка на обслуговування, $\lambda_k^{(i)}$ – інтенсивність потоку надходження заявок, а μ_i – інтенсивність обслуговування заявок. Ймовірність перебування системи у стані k становить P_k.

Всі стани в графі на рис. 1 витягнуті в один ланцюг, в котрому кожен із середніх станів (S_2, …, S_{n-1}) зв'язаний прямим й зворотним зв'язком з кожним із сусідніх станів, а крайні стани (S_1, S_n) тільки із сусіднім станом.

Опис моделі

Розглянемо граф випадкового процесу загибелі й розмноження в загальному вигляді для безпріоритетного планувальника (рис. 1).

Визначимо граничні ймовірності станів моделі. Для стану S_1 маємо:

$$\lambda_1^{(i)} P_1 = \mu_i P_2. \qquad (1)$$

Для S_2:

$$\lambda_2^{(i)} P_2 + \mu_i P_2 = \lambda_1^{(i)} P_1 + \mu_i P_3. \qquad (2)$$

Підставляючи перше рівняння (1) в друге (2) й виконуючи скорочення отримаємо:

$$\lambda_2^{(i)} P_2 = \mu_i P_3.$$

Аналогічно виконаємо підстановку інших рівнянь для граничних ймовірностей і для наступних станів системи, після чого можна одержати завжди справедливу рівність для графу процесу «загибелі та розмноження»:

$$\lambda_{k-1}^{(i)} P_{k-1} = \mu_i P_k \text{, де } k=2, n.$$

Слід враховувати умову нормування:

$$\sum_{i}^{n} P_i = 1, \text{де } i = 1, n. \quad (3)$$

Систему лінійних рівнянь для визначення граничних ймовірностей станів можна вирішити методом послідовних підстановок:

$$P_k = \frac{\lambda_{k-1}^{(i)} * \lambda_{k-2}^{(i)} * \ldots * \lambda_1^{(i)}}{\mu_i^{k-1}} * P_1.$$

Підставляючи значення всіх ймовірностей, виражених через P_1 у нормовану умову (3) отримаємо:

$$P_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1^{(i)}}{\mu_i} + \frac{\lambda_2^{(i)} * \lambda_1^{(i)}}{\mu_i^2} + \ldots + \frac{\lambda_{k-1}^{(i)} * \lambda_{k-2}^{(i)} * \ldots * \lambda_1^{(i)}}{\mu_i^{k-1}} + \ldots + \frac{\lambda_{n-1}^{(i)} * \lambda_{n-2}^{(i)} * \ldots * \lambda_1^{(i)}}{\mu_i^{n-1}}}. \quad (4)$$

При побудові моделі планувальника з пріоритетами необхідно врахувати, що інтенсивність обслуговування буде залежати від пріоритету заявок. Тому врахуємо, що для першого (найбільшого) пріоритету ймовірність стану відсутності заявок на обслуговування буде становити $P_1^{(1)}$, для другого – $P_1^{(2)}$ і так далі для інших рівнів пріоритету. Ймовірність $P_1^{(1)}$ визначається так само, як і ймовірність стану відсутності заявок для класичного випадку (4): $P_1^{(1)} = P_1$. Тоді інтенсивність обслуговування заявок для першого рівня пріоритету становитиме:

$$\mu_i = \mu_1.$$

Для другого рівня пріоритету:

$$\mu_2 = P_1^{(1)} * \mu_1.$$

Відповідно загальний вигляд інтенсивності обслуговування:

$$\mu_k = P_1^{(1)} * P_1^{(2)} * \ldots * P_1^{(k-1)} * \mu_1.$$

Ймовірності станів моделі для першого пріоритету визначаються:

$$P_k^{(1)} = \frac{\lambda_{k-1}^{(1)} * \lambda_{k-2}^{(1)} * \ldots * \lambda_1^{(1)}}{\mu_1^{k-1}} * P_1^{(1)}.$$

Для другого рівня пріоритету:

$$P_k^{(2)} = \frac{\lambda_{k-1}^{(2)} * \lambda_{k-2}^{(2)} * \ldots * \lambda_1^{(2)}}{(P_1^{(1)})^k * \mu_2^{k-1}} * P_1^{(2)}.$$

Для і-го рівня пріоритету:

$$P_k^{(i)} = \frac{\lambda_{k-1}^{(i)} * \lambda_{k-2}^{(i)} * \ldots * \lambda_1^{(i)}}{(P_1^{(1)} * P_1^{(2)} * \ldots * P_1^{(i-1)})^k * \mu_i^{k-1}} * P_1^{(i)}.$$

Отримані граничні ймовірності станів системи дозволяють розрахувати параметри продуктивності моделей масового обслуговування.

Висновки

Отже, побудована модель дозволяє дослідити різні моделі масового обслуговування, як замкнуті так і розімкнуті [3-5], з урахуванням пріоритету заявок різних процесів.

Обчислення відповідних характеристик моделі (планувальника) через граничні ймовірності станів наведено, наприклад, у [4] і не становить ніяких складнощів.

Література

1. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984. Т.1.; 528 с. Т. 2. 738 с.
2. *Колмогоров А.Н., Журбенко И.Г., Прохоров А.В.* Введение в теорию вероятностей. М.: Наука, 1982. 160 с.
3. *Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н.* Теория массового обслуживания. М.: Высш. шк., 1982. 256 с.
4. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1991. 384 с.
5. *Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н.* Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987. 336 с.