УДК 519.216.3

К.т.н., доцент Маслянко П.П., аспірант Рябушенко А.В., магістрант Богуш К.В.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

ПРОГНОЗУВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ З ТРЕНДОМ МЕТОДОМ ЛАТЕНТНОЇ МОДЕЛІ МАРКОВА НА ФОНДОВОМУ РИНКУ УКРАЇНИ

Abstract

Pavlo P. Maslyanko, assoc. prof., PhD; Andriy Riabushenko, postgraduate student; Kateryna Bogush, student

Prediction of stochastic processes with trend by latent Markov model on Ukrainian stock market

This paper describes the latent Markov model, shows how the latent Markov model can be used to define stock market conditions. The potential of the latent Markov model is investigated in the exposure of dynamic patterns of stock markets and in the estimation transition probabilities.

Вступ

На фондовому ринках домінують випадкові процеси з трендом – ціни цінних паперів є випадковими процесами з трендом. Прогнозування тренду є складною задачею, тому на фондових ринках розвинених країн часто припускають, що тренд є постійним й експоненціальним. Таке припущення дозволяє відійти від проблеми прогнозування тренду. На українському фондовому ринку таке припущення призводить до низької точності прогнозування через різкі зміни поведінки тренду.

Аналіз випадкових процесів передбачає виявлення систематичної компоненти, яка, зазвичай, включає декілька складових, та відділення її від випадкового шуму (помилки). Шум ускладнює виявлення систематичної компоненти [1]. До методів дослідження випадкових процесів входять різні способи фільтрації шуму, які дозволяють виявити систематичну складову більш чітко.

Систематичні складові випадкових процесів поділяють на два види: тренд і сезонна складова. Тренд являє собою загальну систематичну лінійну або нелінійну компоненту, яка може змінюватися з часом. Сезонна складова – періодично повторювана компонента. Обидва ці види регулярних компонент часто присутні у випадковому процесі одночасно. Моделі, що враховують сезонну складову, наведені в [1].

У цій роботі приділяється увага саме опису тренду, в зв'язку з низькою статистичною значимістю сезонної складової у дохідності фінансових інструментів українського фондового ринку ПФТС (Перша фондова торговельна система) [2].

Таким чином, прогнозування випадкових процесів з трендом на фондовому ринку України є актуальною проблемою. Адекватна модель опису тренду на фондовому ринку дозволить прогнозувати різкі зміни режимів та виявляти фінансові кризи, стабільні періоди й інвестиційні буми.

Постановка задачі

Метою роботи є дослідження випадкових процесів з трендом методом латентної моделі Маркова та аналіз особливостей застосування методу на фондовому ринку України.

Об'єкт дослідження – випадкові процеси з трендом.

Предмет дослідження – прогнозування фінансових часових рядів з трендами на фондовому ринку України.

Латентна модель Маркова

Тренд – це довгострокова загальна тенденція зміни показників досліджуваного часового ряду.

Латентна модель Маркова (ЛММ) – це статистична модель тренду зі скінченою кількістю станів динамічної системи, де кожній послідовності спостережуваних станів відповідає послідовність прихованих станів [3]. ЛММ широко застосовується для розпізнавання мови, аналізу та виявлення закономірностей біологічних послідовностей, наприклад, ДНК [4].

Автори пропонують застосування латентної моделі Маркова для прогнозування часових рядів з трендами фондового ринку України. Класичні статистичні моделі для фінансових часових рядів, такі як ARIMA та GARCH [1], ігнорують присутність тренду.

Традиційно ЛММ визначається наступною п'ятіркою елементів [5]:

$$\lambda = (N, M, A, B, \pi),$$

де N – загальна кількість станів у моделі; M – розмір алфавіту спостережуваної послідовності; A – матриця ймовірностей переходів, $A = \{a_{ij}\}$, де $1 \leq i \leq N$, $1 \leq j \leq N$, a_{ij} – це імовірність того, що система, яка знаходиться у стані i, перейде у стан j. Якщо у моделі для будь-яких двох станів i та j можливий перехід з одного стану в інший, то $a_{ij} > 0$; B – розподіл ймовірностей появи символів у стані j, $B = \{b_j(k)\}$, де $1 \leq j \leq N$, $1 \leq k \leq M$, $b_j(k)$ – ймовірність того, що у момент часу t, модель, яка знаходиться у стані j, видасть k-тий символ у спостережуваній послідовності; π – розподіл ймовірностей початкового стану, $\pi = \{\pi_i\}$, де $1 \leq i \leq N$, тобто імовірність того, що i – це початковий стан моделі.

Таким чином, позначивши спостережувану ціну цінного паперу на фондовому ринку в час t ($t=1,\dots,T$) як z_t отримаємо функцію щільності ймовірностей розподілу цінових індексів ринку $f(z)$ ЛММ [3,4].

У кожен момент часу t модель визначає одну дискретну латентну змінну y_t та включає T прихованих станів.

У цьому випадку ЛММ визначається як:

$$f(z) = \sum_{y_1=1}^{S} \sum_{y_2=1}^{S} \dots \sum_{y_T=1}^{S} f(y_1,\dots,y_T) f(z; y_1,\dots,y_T), \text{ де} \quad (1)$$

$$f(y_1,\dots,y_T) = f(y_1) \prod_{t=2}^{T} f(y_t \mid y_{t-1}), \text{ і} \quad (2)$$

$$f(z; y_1,\dots,y_T) = \prod_{t=1}^{T} f(z_t \mid y_t). \quad (3)$$

Оскільки y – дискретні змінні, вираз (1) є середньо зваженою щільністю ймовірностей $f(z;y_1,\dots,y_T)$, де клас прихованих ймовірностей $f(y_1,\dots,y_T)$ використовується як ваги. Вирази (2) та (3) показують, що спостережувані ціни в час t є незалежними від попередніх латентних станів системи.

$f(y_t|y_{t-1})$ позначає латентну функцію ймовірності переходу, що визначає ймовірність знаходження в конкретному латентному стані у час t залежно від попереднього стану. Припускаючи, що процес переходу в часі є однорідним, отримаємо латентну матрицю переходів, де головний елемент $a_{ij}=P(y_t=k|y_{t-1}=j)$ позначає ймовірність переходу з латентного стану j у час t у латентний стан k у час $t+1$.

Таким чином, можна розмежувати різні режими фондового ринку, охарактеризувавши їх відповідними станами моделі.

Можливість опису режимів фондового ринку та ймовірностей переходів дозволяє досягти двох важливих цілей фінансового аналізу. По-перше, за допомогою ЛММ можливо досить швидко розпізнати початок певного періоду (наприклад, сталого або кризового) на фондовому ринку, спираючись на дані за кілька місяців. По-друге, ЛММ дозволяє прогнозувати який режим фондового ринку почнеться наступного місяця.

Висновки

У роботі запропоновано застосування латентної моделі Маркова для опису випадкових процесів з трендом фондового ринку України з метою їх аналізу та прогнозування. Прогнозування тренду дозволяє виявити різкі систематичні зміни стану фондових ринків для управління ризиками та оптимізації інвестиційного портфеля.

Латентна модель Маркова дозволяє оцінити наявність прихованих станів у фінансових рядах без припущень щодо виду статистичного розподілу на фондовому ринку. Це дає можливість моделі ЛММ характеризувати ринок довільної природи, незважаючи на різкі зміни та переходи між станами, що притаманні фондовим ринках країн перехідної економіки, таких як Україна.

У подальших дослідженнях планується провести порівняльний аналіз точності прогнозування латентної моделі Маркова з іншими моделями прогнозування на реальних історичних даних цінних паперів ринку в Україні.

Література

1. Tsay R. S. Analysis of financial time series // Wiley-Interscience, 2005.– 2 ed.– 640 pp.
2. *Маслянко П. П., Рябушенко А. В*. Створення компонента стратегічного планування системи управління фінансово-інвестиційною діяльністю // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2009. – № 4. – С. 53–65.
3. *Bartolucci F., Pennoni F., Francis B.* A latent Markov model for detecting patterns of criminal activity // J. of the Royal Statistical Society: Series A, 2007 .– Vol. 170 .– № 1 .– P. 115-132.
4. *Baldi P., Chauvin Y., Hunkapiller T., McClure M. A.* Hidden Markov models of biological primary sequence information // Proceedings of National Academy of Science of the USA, 1994 .– Vol. 91 .– № 3 .– P. 1059–1063.
5. *Rabiner L. R.* A tutorial on Hidden Markov Models and selected applications in speech recognition // Proceedings of the IEEE, 1989 .– Vol. 77 .– № 2 .– P. 257–286.
6. *Dias J. G., Vermunt J. K., Ramos S.* Mixture hidden Markov models in finance research // Advances in Data Analysis, Data Handling and Business Intelligence, 2010 .– № 7 .– P. 451–459.