

УДК 519.2

**Ст. викладач Копичко С.М., студент Кулик В.П.,
студент Хорольський О.С.**

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»**

**ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДІВ ПОШУКУ
КОЕФІЦІЕНТІВ СМЕРТНОСТІ**

Abstract

*Sergey N. Kopychko, senior teacher;
Vitalii Kulik, student; Oleg Khorolskyi, student;*

Research and Implementation of Mortality Index Calculating Methods

In the paper, the core of Lee-Carter's method for predicting population mortality is being discussed.

Lee-Carter's method is the most universal one for the task of obtaining mortality factor. Dynamic series method may be applied only for those tables which contain complex values. Expert evaluation method has little accuracy. That is why Lee-Carter's method has been chosen.

Вступ

На даний момент оцінка та прогнозування демографічних процесів (народжуваності та смертності) в Україні є важливим питанням. У вивченні смертності населення важливу роль грають так звані коефіцієнти смертності, які дозволяють оцінити рівень і тенденції смертності населення певної території, а також порівняти процеси смертності на різних територіях.

Постановка задачі

Метою даної роботи є аналіз методів розрахунку коефіцієнтів смертності та програмна реалізація модифікованого методу прогнозування смертності населення.

Термінологія

Смерть - необоротне припинення, зупинка життєдіяльності організму. Для одноклітинних живих форм завершенням періоду існування окремого організму може бути як смерть, так і мітотичний розподіл клітини. У

медицині вивченням смерті займається танатологія. У психотерапії існує напрям танатотерапія [1].

Демографічний прогноз – це науково обґрунтоване передбачення основних параметрів руху населення та майбутньої демографічної ситуації – чисельності, статеві-вікової та сімейної структури, народжуваності, смертності, міграції, – що становить базу для подальших прогнозів та планів соціально-економічних процесів в цілому [2].

Коефіцієнти смертності дозволяють оцінити рівень і тенденції смертності населення певної території, а також порівняти процеси смертності на різних територіях [2].

Аналіз методів пошуку коефіцієнтів смертності

Результатами проведеного авторами порівняльного аналізу методів розрахунку коефіцієнта смертності наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняльний аналіз методів розрахунку коефіцієнтів смертності

	Похибка	Кількість ітерацій	Складні формули	Розбиття на вікові групи
Метод Лі-Картера	1%-2%	5-6	-	+
Метод регресійного аналізу	2%-3%	5-6	-	+
Метод індексного аналізу	5%-6%	7-9	+/-	+
Метод кластерного аналізу	6%-9%	8-9	+	-
Метод експертних оцінок	9%-18%	7-8	-	-
Метод структурно аналоговий	9%-12%	8-10	+/-	+
Метод динамічних рядів	6%-9%	8-11	+	-

Очевидно, що метод Лі-Картера є найбільш оптимальним, виходячи з таких міркувань:

- його можна застосовувати до таблиць будь-якої розмірності;
- він розбиває всю смертність чоловіків і жінок на вікові групи;
- за скінченне число кроків метод дає правильний результат;
- метод не вимагає виконання складних арифметичних дій;
- метод є точним, а не наближеним, що свідчить про відсутність «грубої» похибки результату.

Опис алгоритму

Модель Лі-Картера описується логарифмічно перетвореною центральною нормою смертності ($m_{x,t}$ – показник смертності для віку x в час t), як сума вікового компонента, який незалежний від часу (a_x), і продукт змінного з часом параметра (k_t , також відомий як індекс смертності), який підсумовує загальний рівень смертності і додаткового вікового компонента (b_x), який показує, як швидко або повільно змінюється смертність в кожному віці, коли індекс смертності змінюється.

Аналітично

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt} [4].$$

Останній компонент ε_{xt} є залишковим членом, який відображає вікові впливи, що не охоплені моделлю.

Щоб отримати рішення, ми беремо a_x як середнє арифметичне $\ln(m_{x,t})$ протягом довгого часу, тоді як суми b_x і k_t нормалізовані і дорівнюють одиниці та нулю відповідно:

$$a_x = \frac{1}{T} \sum_x \ln M_{x,t}, \quad \sum_x b_x^2 = 1, \quad \sum_t k_t = 0.$$

Аби подолати цю перешкоду використовується двох-етапна процедура оцінки, яка дає точні рішення. У першій стадії до матриці $\{\ln(m_{x,t}) - a_x\}$ застосовується сингулярний розклад, аби отримати оцінки основних компонент b_x і k_t . На другій стадії часовий ряд k_t повторно оцінюється, за допомогою розв'язку рівняння

$$D_t = \sum \{ \exp(a_x + b_x k_t) N_{x,t} \} [1],$$

де D_t - загальна кількість смертельних випадків в момент часу t ,

N_x - популяційний вік x в часі t .

Є декілька переваг в тому, щоб здійснювати таким чином другу оцінку параметра k . Таким чином, емпіричний часовий ряд k може бути розширений, щоб включити роки, на протязі яких вікові дані про смертність не доступні.

Потрібно змоделювати k як стохастичний процес часового ряду. Найчастіше використовується стандартна одновимірна модель часового ряду ARIMA (0,1,0):

$$k_t = \theta + k_{t-1} + \varepsilon_t,$$

де θ – параметр дрейфу і

$$\theta = \frac{k_t - k_{t-1}}{T-1},$$

де T -період в часі, θ залежить лише від перших і останніх оцінок k_t ; ε_t - залишковий член. Потім, щоб передбачити на два періоди вперед, замінюємо k_{t-1} :

$$k_t = \theta + k_{t-1} + \varepsilon_t = (\theta + k_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \theta + \varepsilon_t = k_{t-2} + 2\theta + (\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) [4]$$

Щоб передбачити k_t в час $T+(\Delta t)$ з даними відомими для періоду T , ми слідуємо за тією ж самою процедурою і отримуємо:

$$k_{T+\Delta t} = k_T + (\Delta t)\theta + \sum_n^{(\Delta t)} \varepsilon_{T+n-1} = k_T + (\Delta t)\theta + \sqrt{(\Delta t)}\varepsilon_t$$

Якщо проігнорувати залишковий член, можемо отримати пряму, яка є функцією від (Δt) , з нахилом θ :

$$k_{T+\Delta t} = k_T + (\Delta t)\theta = k_T + (\Delta t) \frac{k_T - k_1}{T - 1}$$

Недоліком методу Лі-Картера є те, що він пропонує визначений спосіб зміни смертності у розподілі за віком, таким чином, що норми зниження у різному віці завжди підтримують одне і те ж відношення на протязі довгого часу. Але на практиці, відносна швидкість зниження в різному віці може змінюватись. Метод Лі-Картера не може врахувати такі зміни [5].

Модифікація цього методу полягає у тому, що замість оцінки коефіцієнт a_x як середнє арифметичне $\ln(m_{x,t})$, встановимо a_x рівним логарифму нових показників смертності. Показано, що перший рік прогнозу близько співпадає з показниками смертності, які спостерігались востаннє. В якості початкової оцінки потрібно взяти останні показники. Тоді прогноз отримаємо за допомогою формули:

$$\ln(m_{x,t+s}) = \ln(m_{x,t}) - b_x(k_{t+s} - k_t).$$

Це забезпечує, що початкова оцінка точно відповідає віковим показникам смертності та тривалості життя, що спостерігаються.

Тестування програмної моделі модифікованого методу Лі-Картера підтвердило її адекватність (похибка 1%-2%).

Висновки

Модифікований метод Лі-Картера, у якому використовуються дані лише за минулий рік, показав результати близькі до результатів методу Лі-Картера, для якого потрібні дані за минулі декілька років.

Література

1. *И. И. Елисеева, Э. К. Васильева* Демография и статистика населения, 2006. – С. 189-273.
2. Смертность населения Украины в трудоспособном возрасте (коллективная монография) / Відпов. ред. Е.М. Лиановая. – К.: Ин-т демографии и социальных исследований НАН Украины, 2007. – 211с.
3. DEMOGRAPHIC RESEARCH, online journal (www.demographic-research.org).
4. *Левчук Н.М.* Демографические последствия злоупотребления алкоголем в Украине // Демография и социальная экономика. – №1. – 2005. – С. 46-56.
5. Join Eurostat/UNECE Work Session on Demographic Projections (Bucharest, 10-12 October 2007).