УДК 519.688

старший викладач Копичко С. М., студент Гук О. О.

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»**

АЛГОРИТМ ПОКРОКОВОЇ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ З ОПТИМІЗАЦІЄЮ

Abstract

Sergiy M. Kopychko, senior lecturer; Oleksandr Guk, student

Algorithm for incremental construction of schedule with optimization

This paper concerns the task of optimal schedule construction. There are many partial solutions in different areas, such as school schedule. An incremental algorithm of schedule construction is proposed. The efficiency analysis is fulfilled. The ways of further research are also proposed.

Вступ

Загальна задача складання розкладу має наступний вигляд: при наявній множині ресурсів і накладених на них обмеженнях виконати певну систему завдань. Для цього необхідно знайти ефективний алгоритм упорядкування завдань, який оптимізує розклад по необхідному критерію.

Задачу складання розкладу намагаються вирішити уже не одне століття. Існують алгоритми для розв’язку деяких окремих випадків цієї задачі. Але, на жаль, загального ефективного алгоритму не існує.

Термінологія

Клас NP — (від англ. non-deterministic polynomial) множина алгоритмів, час роботи яких істотно залежить від розміру вхідних даних; в той же час, якщо надати алгоритму деякі додаткові відомості (так звані свідки рішення), то він зможе досить швидко (за час, що не перевершує многочлена від розміру даних) вирішити задачу [1].

NP-повна задача — така задача з класу NP, до якої можна звести будь-яку іншу задачу з цього класу [1].

Методи вирішення задачі складання розкладу

Найбільш дослідженим випадком задачі складання розкладу є складання розкладу занять у навчальному закладі. Для цього випадку розроблено багато алгоритмів, зокрема:

– мурашині алгоритми (для мульти-агентних систем) — ідея алгоритму заснована на моделюванні поведінки мурах, пов'язана з їх здатністю швидко знаходити найкоротший шлях від мурашника до джерела їжі і адаптуватися до умов, що змінюються, знаходячи новий найкоротший шлях [2];

– генетичний алгоритм, який являє собою метод пошуку глобального екстремуму складних багатокритеріальних задач і використовує механізми кросовера і мутації, що лежать в основі біологічної еволюції тощо [2];

– алгоритми покрокового конструювання розкладу на основі вибраних критеріїв оптимізації. Метою застосування такого підходу є виключення або зменшення перебору варіантів і забезпечення прийнятної якості складеного розкладу[3].

Також існують алгоритми розв’язку цієї задачі, побудовані на графах. Зокрема, задачі складання розкладу можна розглядати як задачу розфарбовування графа — пошук хроматичного числа графа або, іншими словами, пошук мінімального числа кольорів, необхідних для розфарбовування вершин деякого графа з використанням для кожної пари сусідніх вершин різних кольорів. Саме задача пошуку хроматичного числа є NP-повною задачею.

Постановка задачі

Метою даного дослідження є знаходження універсального алгоритму складання розкладу, який завершує свою роботу за поліноміальний відносно кількості заявок проміжок часу та задовольняє цільовому значенню коефіцієнту якості розкладу – Q. Значення Q рекомендується задавати в проміжку $[0;1]$.

За основу алгоритму пропонується взяти рішення на графах. Для цього розглядаються задачі, котрі характеризуються наступними умовами:

1) заданий орієнтований граф $G=(V,E)$, де V — вершини, E — ребра;
2) на ребрах заданий набір характеристик;
3) задані характеристики вершин V;
4) заданий коефіцієнт якості розкладу $F(R)$;
5) необхідно знайти розклад R в графі G, при якому $F(R)\le Q$;
6) задані обмеження на побудову розкладу по вершинах V.

Математична постановка.

Дано орієнтований граф $G=(V,E)$, де v_i — $i-ma$ заявка, а на ребрах вказане значення критерію оптимальності слідування однієї заявки за іншою. Також, задана розмірність задачі — кількість видів ресурсів, що використовується для складання розкладу і вектор кількості кожного ресурсу.

Весь розклад починається із заявки v_0, яка означає початок розкладу.

Визначення 1: Характеристикою ребра $e \in E$, яке з'єднує вершини v_i і v_j, назвемо число e, $e \in 0;1$ — значення критерію оптимальності слідування вершини v_j за v_i [4].

Визначення 2: Проходом p назвемо послідовність вершин, з'єднаних ребрами з вершини v_0 до вершини v_k — вершини, за якою немає наступної. Таким чином, прохід p задається наступним набором: $(v_0,...,v_k)$ [4].

Визначення 3: Розкладом R назвемо набір проходів, що охоплюють усі вершини і не перетинаються, $R=(p_1,...,p_m)$.

Коефіцієнт якості розкладу розраховується за наступною формулою: $F(R)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{K} e_i$, де e_i – характеристика $i-го$ ребра, K – кількість ребер, n – кількість заявок, якщо $F(R)=0$ — розклад оптимальний.

Алгоритм покрокової побудови розкладу з оптимізацією

Для вирішення даної проблеми пропонується наступний алгоритм, який складається з двох етапів. Перший етап виконується за методом покрокового конструювання розкладу [3]. Другий етап — оптимізуючий. Наявність оптимізуючого другого етапу відрізняє запропонований алгоритм від інших.

Граф розкладу задається матрицею, але замість одиниць у клітинках суміжних вершин ставиться номер ребра, яке їх з'єднує.

Із вершини v_0 будуються проходи. Кожна наступна заявка добудовується до графа у вигляді вершини у тому місці, де вона не перешкоджає іншим заявкам, що уже є у графі. Після додавання нової заявки обчислюється характеристика ребра, що з'єднує її із заявкою, до якої вона була добудована, і записується до списку ребер, а номер ребра — в матрицю суміжності.

Після цього підраховується коефіцієнт якості побудованого розкладу.

Якщо $F(R) \le Q$, розклад відповідає потрібній якості і другий етап алгоритму не виконується.

Наступним кроком алгоритму є "прохід назад". Починаючи з останньої доданої вершини, перебираються можливі варіанти перестановки її на інше місце. Якщо після перестановки, значення характеристики нового ребра зменшилось, то вершина залишається на новому місці. У випадку, коли вершина переставляється на зайняте місце, порівнюється сума двох старих ребер з новоутвореними. Якщо сума новоутворених ребер менша, вершини переставляються місцями. Для зменшення кількості переборів вводиться обмеження для перестановки заявки в межах двох розмірностей задачі, при цьому перевіряється можливість вставки заявки на інше місце в усіх розмірностях.

Після "проходу назад" знову підраховується значення цільової функції. Якщо $F(R) \le Q$, алгоритм завершується, інакше — повторюється "прохід назад".

Висновки

Розроблений алгоритм покликаний бути універсальним для будь-якої задачі складання розкладу. На даний момент, він знаходиться на стадії тестування. Попередня оцінка його швидкості $O(n^{2N})$ для першого етапу і $O\left(n \cdot \frac{n}{N}\right)$ для кожного "проходу назад", де n — кількість заявок, N — розмірність задачі. Коефіцієнт якості отриманого результату після першого етапу та одного "проходу назад" $F(R) \le 0,01$.

Серйозним недоліком алгоритму є те, що він може не вкладатись у поліноміальний час при значеннях $Q < 0,0001$. У подальшому планується, по можливості, пришвидшити роботу алгоритму.

Література

1. *В. П. Козырев, С. В. Юшманов*. Теория графов (алгоритмические, алгебраические и метрические проблемы) // Итоги науки и техн. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет. – 23. – ВИНИТИ, – 1985. – С. 68-117.
2. *Яндыбаева Н. В.* Генетический алгоритм в задаче оптимизации учебного расписания вуза. // Современные наукоёмкие технологии.– №11. – 2009. – С. 97-97.
3. *В.П. Симоненко, С.И. Симоненко*. Метод пошагового конструирования для составления расписания занятий в учебных заведениях // Систем. дослідж. та інформ. технології. – № 4. – 2008. – С. 76-85.
4. *Е. В. Панкратьев, А. М. Чеповский, Е. А. Черепанов, С. В. Чернышев*. Алгоритмы и методы решения задач составления расписаний и других экстремальных задач на графах больших размерностей // Фундаментальная и прикладная математика. – Том 9. – №1. – 2003. – С. 235-251.