УДК 004.925.83

**К.т.н., доцент Сулема Є.С., студент Москаленко В.Ю.**

**Національний технічний університет України**
**«Київський політехнічний інститут»**

# МЕТОД ПОБУДОВИ НЕРЕГУЛЯРНОЇ ТРІАНГУЛЬОВАНОЇ МЕРЕЖІ

## Abstract

***Yevgeniya S. Sulema, assoc. prof., PhD; Vitalii Moskalenko, student***
***Method for triangulated irregular network constructing***

*This paper concerns the task of triangulated irregular network construction. The classical method with use of the standard Delaunay triangulation algorithm is discussed. The new method for triangulated irregular network constructing is proposed. The comparative analysis of efficiency of both the classical and the new methods is fulfilled. The ways for further research are proposed as well.*

## Вступ

Задача побудови тривимірної моделі поверхні, а саме побудова нерегулярної тріангульованої мережі за заданою картою висот, є однією з найголовніших при аналізі поверхонь. Цифрові моделі рельєфу дозволяють за кінцевим набором точок визначати підвищення, крутизну та напрям схилу в довільній точці на місцевості. Такі моделі широко використовуються в багатьох процедурах геоінформаційного аналізу: при виборі місця будови споруд та комунікацій, в аналізі дренажних мереж, аналізі видимості, гідрології тощо.

Існує багато алгоритмів, які дозволяють будувати нерегулярну тріангульовану мережу за заданою картою висот [1,2]. У даній статті пропонується метод побудови нерегулярної тріангульованої мережі за допомогою тріангуляції Делоне, що враховує особливості рельєфу.

## Постановка задачі

Задача полягає в розробці методу побудови нерегулярної тріангульованої мережі на основі карти поверхні таким чином, щоб отримана тріангуляція відповідала нерівностям рельєфу, а алгоритм побудови тріангуляції забезпечував швидкість, вищу за класичний алгоритм, враховуючи при цьому наявність гострокутних трикутників.

**Термінологія**

*Тріангуляція* – це планарне розбиття площини на $M$ фігур, одна з яких називається нескінченністю, а інші – трикутниками [1].

*Нерегулярна тріангульована мережа* – це такий набір трикутників в просторі, який в проекції на вісь *XY* утворює тріангуляцію [1].

Тріангуляція називається *тріангуляцією Делоне*, якщо всередину кола, описаного навколо будь-якого з побудованих трикутників, не потрапляє жодна із заданих точок тріангуляції, крім вершин трикутника [1].

*Карта висот* – це двомірне зображення у відтінках певного кольору (найчастіше сірого), в якому інтенсивність кольору кожної точки визначає висоту у відповідній позиції ландшафту [2].

**Опис методу**

Вхідними даними для даного методу є карта висот поверхні. Таким чином, метод оперує з вхідною множиною точок $P(p_1, p_2,..., p_m)$, де $m$ – це кількість точок у карті висот.

Як правило покрокові методи побудови моделі поверхні складаються з таких етапів [1]:

1. Спрощення існуючої карти висот шляхом вибору початкових точок.
2. Побудова в проекції тріангуляції по заданих точках.
3. Моделювання поверхні шляхом використання побудованих трикутників.

Вибір початкових точок виконують за допомогою алгоритму пошуку точок, що мають найбільші перепади висот [2]. Точки, що мають найменші перепади, буде виключено з подальшого розгляду. Під час перебору точок різницю $\Delta h$ між висотами необхідно зберігати. В результаті виконання першого етапу побудови моделі буде отримано підмножину точок $D \subseteq P$, $D(d_1,d_2,...,d_n)$, де $n$ – це кількість точок, що мають найбільші перепади висот.

В класичному методі побудови моделі тріангуляція завжди є тріангуляцією Делоне. В методі, що пропонується, тріангуляція буде лише частково складатися з тріангуляцій, що задовольняють умові Делоне. При цьому пропонується використовувати модифікований ітераційний алгоритм побудови тріангуляції Делоне [4]. В результаті буде отримано якомога менше гострокутних трикутників в місяцях значного перепаду висот. В той же час, наявність таких трикутників дозволяє найбільш точно відобразити модель рельєфу [2,3].

Відповідний алгоритм побудови нерегулярної тріангульованої мережі буде складатись з наступних циклічно повторюваних кроків:

1. Виконують пошук наступної точки для додавання до тріангуляції. При цьому додається та точка, що має значення висоти, яке відрізняється від значень висот вершин трикутника, до якого вона буде додана. Якщо такої точки не існує, то додається довільна точка з множини *D*.
2. Визначають ребро тріангуляції, яке знаходиться найближче до заданої точки. Точка додається до тріангуляції [4].
3. Ребро може брати участь у побудові тріангуляції Делоне, якщо для вершини, що додається до тріангуляції, виконується наступний критерій:

$$h-\varepsilon < h_i < h+\varepsilon,$$

   де $\varepsilon$ – це відхилення, $h_i$ – висота вершини, що додається, $h$ – висота вершини, що вже входить до тріангуляції.

   Новостворене ребро заносять до множини ребер $E(e_1,e_2,...,e_l)$, що не можуть бути перебудовані під час перевірки умови Делоне, в випадку, коли виконується критерій:

$$\left[\begin{array}{l} h_i > h+\varepsilon, \\ h_i < h-\varepsilon. \end{array}\right.$$

4. Виконують перевірку умови Делоне [4]. Трикутники, що не задовольняють умові Делоне перебудовуються, якщо їх ребра не належать до множини ребер *E*. Під час виконання алгоритму ці ребра позначають як такі, що не можуть бути перебудовані.

Слід зазначити, що у пункті 2 для точок, які розташовані поруч, доцільно ввести значення відхилення $\varepsilon$, яке показує, чи доцільно будувати тріангуляцію Делоне – це робиться для отримання більш якісної тріангуляції. Відхилення $\varepsilon$ визначають як середнє значення між різницею висот усіх точок у сукупності, а саме:

1. Для кожної точки множини $D$ вираховують середнє значення суми різниць висот – $\varepsilon_{лок}$ – з усіма точками тріангуляції:

$$\varepsilon_{лок} = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n} h-h_j\ .$$

2. Знаходять суму усіх отриманих значень $\varepsilon_{лок}$, та визначають відхилення $\varepsilon$, яке є усередненим показником різниці висот між усіма точками множини *D*:

$$\varepsilon = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{лок i}$$

Загальна формула для розрахунку $\varepsilon$ є наступною:

$$\varepsilon = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} h_i - h_j .$$

Відповідність умові тріангуляції Делоне доцільно зробити шляхом перевірки суми протилежних кутів [1].

Швидкість побудови тріангуляції зростає через те, що частину операцій з перебудови та перевірки умови Делоне не треба виконувати, а отримана тріангуляція не є істотно гіршою у порівнянні з класичною тріангуляцією Делоне.

## Висновки

При порівнянні запропонованого методу з класичним було отримано підвищення швидкості побудови нерегулярної тріангульованої мережі, а саме: для вхідної карти висот з 10000 точок та перепадом висот 520 метрів, класичний метод показав результат 2,41 секунди, а запропонований – 2,23 секунди. В результаті роботи алгоритму отримано на 8% більше трикутників, що мають кути менш ніж 30 градусів. Це дозволяє точніше характеризувати нерівності рельєфу. Обидва методи тестувалися на однакових наборах даних і на одному й тому ж комп'ютері.

Запропонований метод доцільно використовувати, якщо швидкість побудови тріангуляції є важливим параметром. У подальшому було б доцільно модифікувати цей метод для використання при візуалізації рельєфу у реальному часі.

## Література


1. *Скворцов А.В.* Триангуляция Делоне и ее применение – Томск: издательство Томск. ун-та, 2002. – С. 2-121.
2. *Тикунов В.С.* Моделирование в картографии – М.: Издательство МГУ, 1985. – С. 29-64
3. *Варфоломеев И.В., Савельев А.С.* Представление и обработка пространственных данных в ГИС: Методические указания – Красноярск: КГТУ, 2001. – С. 5-23.
4. *Сулема Є.С., Москаленко В.Ю.* Модифікований ітераційний алгоритм побудови тріангуляції Делоне на площині – І н. к. «Прикладна математика та комп'ютинг ПМК-2009» – К., 2009. – С.275-279