

УДК 519.718

М.н.с. Майданюк І.В., к.т.н. Потапова К.Р.,
студент Шельпук О.Ю.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

ПРОГНОЗУВАННЯ СКЛАДНОСТІ GL-МОДЕЛІ НЕБАЗОВОЇ ВБС ПО ПАРАМЕТРУ КІЛЬКОСТІ ДОДАТКОВИХ РЕБЕР

Abstract

Ivan Maydanyuk, research engineer; Kateryna R. Potapova, PhD; Oleksandr Shelpuk, student

Prediction of GL-model's transforming complexity by factor of a number of additional edges.

In this paper estimates of the number of additional edges need to be added to GL-model for converting the base model to non-basic FTMPs were reviewed. The auxiliary program were created, which corroborated proposed hypothesis. These estimates allow calculate the difficulty of GL-model.

Вступ

З розвитком інформаційних технологій дедалі більш широко використовуються комп'ютерні системи управління складними і відповідальними об'єктами. Помилка в управлінні або вихід з ладу таких систем може призвести до значних економічних втрат, або навіть до людських жертв. В зв'язку з цим до таких систем висуваються високі вимоги по забезпеченню їх надійності.

Розрахунок надійності відмовостійких багатопроцесорних систем (ВБС) з великою кількістю модулів (процесорів) та складною логікою реконфігурації призводить до значних обчислювальних труднощів. Відомий статистичний метод обчислення показників надійності ВБС, який полягає в тестуванні поведінки системи на певному випадковому наборі векторів стану системи [1]. Моделювати поведінку системи при появі тестових векторів можна на основі різних відомих моделей, однією з яких є графологічна модель (GL-модель). GL-модель являє собою неограф, кожному ребру якого відповідає певна булева функція $f(x_1, \dots, x_n)$, що залежить від індикаторних змінних x_i , які позначають стан відповідного

елементу системи. Стану системи в цілому ставиться у відповідність зв'язність графу.

Постановка задачі

Однією з задач на ранніх етапах проектування GL-моделі є оцінка її складності, від якої залежить час роботи статистичних експериментів з нею, що в свою чергу впливає на точність обчислення надійності ВБС.

Володіючи інформацією про складність кінцевої системи можна спрогнозувати кількість обчислювальних ресурсів, а також час, необхідний для обробки тесту GL-моделі.

Задача даного дослідження полягає в розрахунку меж, в яких знаходиться кількість додаткових ребер, що вводяться в GL-модель, для забезпечення адекватності системи при перетворенні її від базової до небазової [1].

Базові і небазові GL-моделі

Систему, яка містить n модулів (процесорів) і стає нероботоздатною при відмові не менше $m+1$ модулів, за умови $m < n$, називатимемо базовою m -ВБС і позначати $K(m, n)$. Мінімізована за алгоритмом, описаним в [2], модель буде мати $n-m+1$ ребро і при появі вектора з $m+1$ нулем буде втрачати рівно 2 ребра. Нехай на моделі необхідно відобразити властивість ВБС залишатися роботоздатною на наборі векторів стану системи з $m+1$ нулем. Визначимо $W = \{w_1, w_2, w_3 \dots w_n\}$ як множину таких векторів, L як множину усіх пар ребер, які випадають з графу при появі векторів з W , l – потужність множини L . Така модель вже не задовольняє умовам базової і називається небазовою GL-моделлю.

В [1] описаний процес перетворення базової GL-моделі до небазової за рахунок проведення додаткових ребер. За умови, що при появі вектора з $m+1$ -м нулем GL-модель втрачає рівно 2 ребра, існує оптимальний метод проведення додаткових ребер, який потребує розфарбування V -графу. V -граф – це такий граф, вершинами якого відповідають ребра початкового графу GL-моделі, а кожному ребру відповідає пара з множини L . Розфарбування V -графу дозволяє отримати S -підмножини, на основі яких оптимально проводяться додаткові ребра в графі.

Дві або більше непустих підмножини основних ребер, що не перетинаються визначимо як S -підмножини, якщо зв'язність графу зберігається при втраті будь-якої пари ребер, що належать різним підмножинам, і якщо зв'язність графу порушується при втраті будь-якої пари ребер, що належать одній підмножині.

Дерево ієрархії реберних функцій

В [3] введено поняття дерева ієрархії реберних функцій, яке візуально відображає співвідношення між ребрами графу GL-моделі. Кожна вершина дерева (не вузол) відповідає ребру GL-моделі.

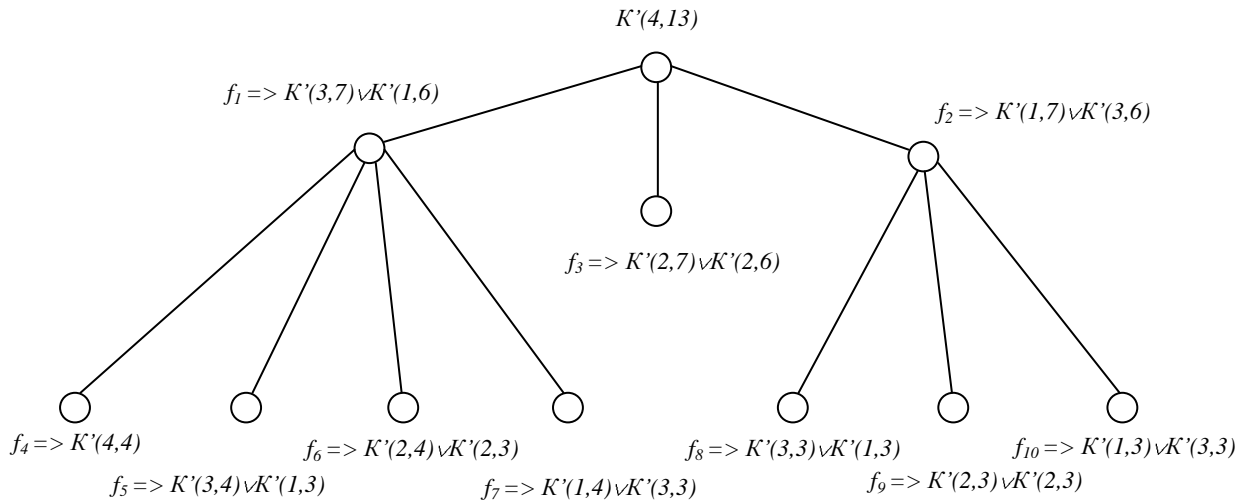


Рис. 1. Дерево ієрархії реберних функцій

В [3] доведено твердження, яке накладає певні обмеження на пари ребер, які виключаються з графу при появі векторів з множини W .

Твердження 1:

Два ребра GL-моделі базової ВБС $K(m,n)$ можуть виключатися з графу моделі одночасно при появі будь-якого вектора стану системи, що містить $m+1$ нульову компоненту, тоді і тільки тоді, коли вони відповідають двом вершинам дерева ієрархії реберних функцій моделі, які:

- розташовані на одній гілці дерева,
- є сусідніми.

Границі числа додаткових ребер при перетворенні GL-моделі

Поставлену задачу можна звести до наступної:

- визначити межі p (кількість S -підмножин), виходячи із заданих n , m і l (потужність множини L).
- визначити межі для l при заданих n , m і p .

В [4] доведено, що функції $l_{\max}(p)$ та $p_{\min}(l)$, а також $l_{\min}(p)$ та $p_{\max}(l)$ є взаємно-оберненими, та знайдені значення для $l_{\min}(p)$ та $p_{\max}(l)$:

$$l_{\min} \leq \frac{p-1}{2}$$

$$p_{\max} \leq \frac{1 + \sqrt{1 + 8l}}{2} \quad \text{і} \quad p_{\max} \leq k + 1,$$

де $k = \left\lceil \log_2 \left(\frac{n}{m} \right) \right\rceil$. Знаходження аналітичних виразів для функцій

$l_{\max}(p)$ та $p_{\min}(l)$ виявилось більш складною задачею, а саме знаходження такого розфарбування V-графу у p кольорів, яке б дозволило блокувати максимальну кількість пар ребер l . Нагадаємо, що вершини V-графу, пофарбовані в один колір, належать одній S-підмножині.

Існує декілька припущень щодо оптимального алгоритму розфарбування V-графу, який би давав можливість знайти $l_{\max}(p)$. В зв'язку з цим розроблений програмний продукт, який дозволив відібрати кращий з них по параметру $l_{\max}(p)$.

Аналітичний вираз для $l_{\max}(p)$:

$$l_{\max} = 2^k m - 1 + m - 2^{k-p+2} - p + 1 = 4$$

Нижче приведений графік залежності нижньої $l_{\max}(p)$ та верхньої $l_{\max}(p)$ границь від кількості S-підмножин для моделі $K(3, 49)$:

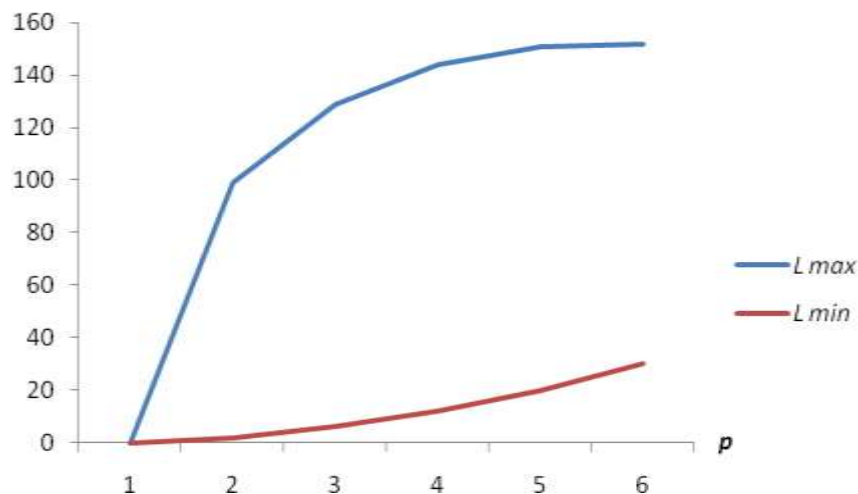


Рис. 2. Графік залежності $l_{\max}(p)$ та $l_{\min}(p)$ від p

Висновки

У роботі приведена оцінка числа додаткових ребер, які вводяться в GL-модель при її перетворенні від базової до моделі небазової ВБС.

Розроблене програмне забезпечення, дозволяє знайти одну з 4 границь числа додаткових ребер $l_{\max}(p)$: максимальну кількість пар ребер, виключення яких з графу блокується проведенням заданої кількості

додаткових ребер. На основі розробленої програми експериментально підтверджені аналітичні вирази для цієї границі.

Результати даної роботи дозволяють розробнику на ранніх стадіях проектування оцінити складність моделі, що в результаті дає змогу визначити кількість обчислювальних ресурсів для розрахунку показників надійності системи.

Література

1. *Романкевич А.М.* Анализ отказоустойчивых многомодульных систем со сложным распределением отказов на основе циклических GL-моделей / А. М. Романкевич, В. В. Иванов, В. А. Романкевич // Электронное моделирование. 2004. Т. 26, № 5. С. 67-81.
2. *Романкевич В.А.* GL-модель поведения отказоустойчивых многопроцессорных систем с минимальным числом теряемых рёбер / В. А. Романкевич, Е. Р. Потапова, Бахтари Хедаятоллах, В. В. Назаренко // Вісник НТУУ “КПІ” Інформатика, управління та обчислювальна техніка. 2006. № 45. С. 93-100.
3. *Романкевич В.А.* Условие существования попарных реберных циклов в GL-моделях $K(3,n)$ / В. А. Романкевич, А. А. Кононова, Бахтари Хедаятоллах // Вісник НТУУ “КПІ” Інформатика, управління та обчислювальна техніка. 2007. № 46. С. 54-61.
4. *Майданюк И.В.* Частный случай граничных оценок при построении и преобразовании GL-модели / А.М. Романкевич, В.А. Романкевич, И.В. Майданюк // Радиоелектронні і комп’ютерні системи. – Харків : «ХАІ», 2010. – №6. – С. 236–243.