УДК 519.718

**М.н.с. Майданюк І.В., к.т.н. Аль Шбуль Рабах,
студент Коренєв О.Ю.**

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»
Національний університет Йорданії «Аль аль-Байат»**

АНАЛІЗ СКЛАДНОСТІ БАЗОВИХ ВІДМОВОСТІЙКИХ БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ СИСТЕМ

Abstract

Ivan Maydanyuk, research engineer; Rabah AlShboul, assoc. prof., PhD; Korenev Olexandr, student

Analysis of basic fault-tolerant multiprocessor systems complexity

In this work is introduced a software product, which realizes an algorithm of complication calculation of GL-models.

The program is used for the construction of GL-models and also analysis of their complication in the subsequent using for the calculation of reliability and of the fault-tolerant multiprocessor systems (FBS).

The results of this work are expedient to use for the calculation of FBS reliability on the initial stages of designing.

Вступ

Відмовостійкі реконфігуровані багатопроцесорні системи (ВБС) широко використовуються у сфері управління складними об'єктами, де відмова системи управління може привести до значних втрат. У зв'язку з цим, вимоги до надійності подібних систем є досить високими. При проектуванні ВБС, а також розрахунку деяких їх параметрів доцільно провести аналіз поведінки таких систем в потоці відмов, з метою визначення реакції системи на появу відмов її елементів. Показники надійності системи можна розрахувати шляхом виконання статистичних експериментів з моделями, що відображають таку реакцію.

Серед моделей, що відображають реакцію ВБС, тобто таких, які відповідають на питання, чи відмовляє або залишилася роботоздатною система при відмові деяких її елементів, можна виділити GL-модель поведінки ВБС в потоці відмов, особливістю якої є порівняльна простота формування самої моделі і відносно висока швидкість проведення статистичних експериментів з нею.

Постановка задачі

На початкових етапах проектування поведінки ВБС розробникові було б корисно мати оцінку складності моделі, яка відповідає системі, що розробляється, а також складність відображення змін на моделі при трансформації системи. Знаючи кінцеву складність GL-моделі можна оцінити об'єм необхідних обчислювальних ресурсів і час проведення одного статистичного експерименту з нею, від чого, зрештою, залежить точність розрахунку надійності ВБС.

Головним завданням роботи є побудова GL-моделей різних конфігурацій, розрахунок їх складності, а також аналіз отриманих результатів з метою виявлення можливих закономірностей та порівняння складності і характеристик базової та мінімізованої GL-моделей.

Термінологія

ВБС – відмовостійка багатопроцесорна реконфігурована система.
GL-модель – графо-логічна модель.

Опис алгоритму

Графо-логічна модель відмовостійкої багатопроцесорної системи, що складається з n елементів, це неорієнтований граф, кожному ребру якого відповідає булева функція. Аргументами реберних функцій є індикаторні змінні x_i ($i = 1, \dots, n$), які приймають значення 1 (i-й елемент системи працездатний) або 0 (i-й елемент відмовив). Ребро видаляється з графа GL-моделі якщо відповідна реберна функція приймає нульове значення. Зв’язність графа моделює стан ВБС вцілому, тобто система вважається роботоздатною у випадку, коли граф є зв’язним.

ВБС, що складається з n елементів і зберігає працездатність у випадку відмови не більше ніж m її будь-яких модулів ($0 \le m < n$), позначається $K(m,n)$ і називається базовою ВБС.

Визначення кількості базових ребер канонічної GL-моделі потребує введення деяких позначень. $K'(m,n)$ – множина реберних функцій GL-моделі $K(m,n)$. Нехай $K'(m, \alpha_\lambda)$ – множина реберних функцій моделі, що залежить від конкретної множини змінних α_λ , тобто моделі, всі функції якої залежить від множини (або підмножини) елементів α_λ. Кожен елемент з $K'(m,n)$ відповідає лише одному ребру.

На основі введених позначень алгоритм знаходження реберних функцій канонічної GL-моделі можна представити у вигляді наступного рекурентного співвідношення:

$$K'(m_x,\alpha_\lambda)= K'(m_x,\alpha_{2\lambda})\cup \bigcup_{i=1}^{m_x-1} \bigcup_{\substack{\forall f\in K'(m_x-i,\alpha_{2\lambda})\\ \forall g\in K'(i,\alpha_{2\lambda+1})}} \{f\wedge g\}\cup K'(m_x,\alpha_{2\lambda+1}), \qquad (1)$$

де *f*, *g* – реберні функції, а $|\alpha_\lambda|>m_x$, $m_x-i\le|\alpha_{2\lambda}|$, $i\le|\alpha_{2\lambda+1}|$.

Нехай $r(m, \alpha_\lambda)$ – кількість елементів множини $K'(m, \alpha_\lambda)$, тобто кількість ребер моделі $K(m, \alpha_\lambda)$. На основі виразу (1) можна записати наступне:

$$r(m_x,\alpha_\lambda)=r(m_x,\alpha_{2\lambda})+\sum_{i=1}^{m_x-1} r(m_x-i,\alpha_{2\lambda})\cdot r(i,\alpha_{2\lambda+1})+r(m_x,\alpha_{2\lambda+1}) \qquad (2)$$

Виходячи з (2) зрозуміло, що $r(1,\alpha_\lambda)=1, r(m,\alpha_\lambda)=0$, якщо $m>|\alpha_\lambda|$.

Таким чином, наведена формула дозволяє розраховувати складність канонічної GL-моделі по параметру кількості базових ребер.

В якості параметра складності GL-моделі можна розглядати загальну кількість двомісних операцій в реберних функціях $T(m_x,\alpha_\lambda)$ множини $K'(m_x,\alpha_\lambda)$. Тоді на основі (1) можна записати наступне:

$$\mathrm{T}(m_x,\alpha_\lambda) = \sum_{i=1}^{m_x-1}\left(\mathrm{T}(m_x-i,\alpha_{2\lambda})\cdot r(i,\alpha_{2\lambda+1})+\mathrm{T}(i,\alpha_{2\lambda+1})\cdot r(m_x-i,\alpha_{2\lambda})\right)+$$

$$+\mathrm{T}(m_x,\alpha_{2\lambda})+\mathrm{T}(m_x,\alpha_{2\lambda+1}),$$

де $r(m_x,\alpha_\lambda)$ – кількість елементів в множині $K'(m_x,\alpha_\lambda)$.

Метод мінімізації канонічних моделей [1] полягає в застосуванні операції склеювання:

$$\left.\begin{matrix} F_1 = A\vee\varphi_1 \\ F_2 = A\vee\varphi_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow F_3 = A\vee\varphi_3 .$$

Тут *A*, φ_1, φ_2 – певні булеві вирази, з яких складаються реберні функції F_1, F_2 та F_3 GL-моделі. Видно, що умовою проведення операції склеювання є присутність одного й того ж виразу *A* в кожній з склеюваних функцій, що відділений від іншої частини функції знаком диз’юнкції. Функції F_1 F_2 є функціями вихідної канонічної моделі, що побудована згідно рекурентного співвідношення, приведеного вище. Оскільки функції цієї моделі представлені у вигляді диз’юнктивної нормальної форми (ДНФ), то і вирази *A*, φ_i – також в ДНФ.

Розрахуємо складність мінімізованої моделі через загальну кількість змінних по всім її реберним функціям. Оскільки складність деякої множини реберних функцій дорівнює сумі складностей підмножин, з яких вона складається, можна записати:

$$\mathrm{T}(m_x,\alpha_\lambda) = \sum_{i=0}^{m_x} \left(\mathrm{T}(m_x - i, \alpha_{2\lambda}) + \mathrm{T}(i, \alpha_{2\lambda+1}) \right),$$

де $T(m_x,\alpha_\lambda)$ – складність множини реберних функцій $K'(m_x,\alpha_\lambda)$.

В якості аналізу отриманих результатів приведені графіки залежностей канонічної та мінімізованої GL-моделей від параметра m при однаковому параметрі n, що дорівнює 20.

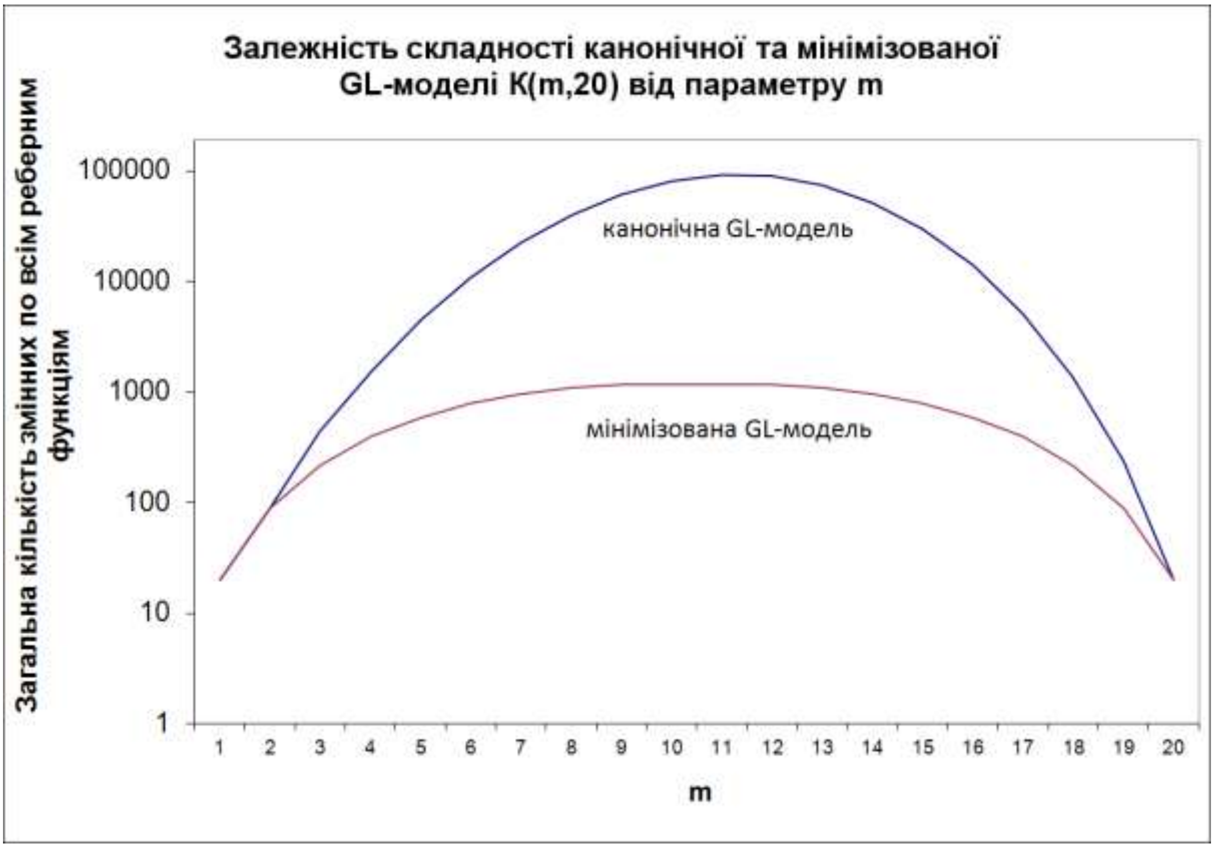

Рис. 1. Залежність складності канонічної та мінімізованої моделі $K(m,20)$ від параметра m

Як видно з графіків, що наведені на рис. 1, складність мінімізованої та канонічної моделей суттєво відрізняються. Тому важливою є подальша розробка методів мінімізації GL-моделей та оцінки їх складності.

Висновки

Отримані співвідношення які дозволяють оцінити складність мінімізованої та канонічної GL-моделі. Розроблено програмний продукт, за допомогою якого експериментально підтверджена правильність отриманих співвідношень. Проаналізована залежність складності GL-моделей від їх параметрів. Проведено порівняння складності канонічної та мінімізованої GL-моделей, представлені графіки що ілюструють таку залежність для системи з двадцяти елементів.

Отримана важлива інформація, яка може бути використана в подальшому для розрахунку надійності ВБС на початкових стадіях проектування.

Література

1. *Романкевич В.О., Потапова К.Р., Бахтари Хедаятоллах, Назаренко В.В.* GL-модель поведінки відмовостійких багатопроцесорних систем з мінімальним числом ребер, що втрачаються // Вісник НТУУ “КПІ” Інформатика, управління та обчислювальна техніка. - 2006. №45.
2. *Романкевич В.О.* Про один спосіб побудови GL-моделей відмовостійких багатопроцесорних систем // Радіоелектронні і комп‘ютерні системи. — №7, 2006.
3. Информационно-управляющие системы АЭС: проблемы безопасности / [под ред. М. А. Ястребенецкого]. — К. : Техніка, 2004. — 472 с.
4. *Vesely William*. Fault Tree Handbook with Aerospace Applications. National Aeronautics and Space Administration / Vesely William, et. al. — NASA, 2002. — 205 p.