

УДК 004.942; 519.688

Проф., д.т.н. М. В. Синьков, к.т.н. Ю. Є. Боярінова,
магістрант Р. Ю. Ткачик

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»
Інститут проблем реєстрації інформації НАН України

ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ ДЛЯ ПЕРЕЛІЧЕННЯ ГІПЕРКОМПЛЕКСНИХ ЧИСЛОВИХ СИСТЕМ

Abstract

*Michael V. Sinkov, prof.; Julia E. Boyarinova, PhD; Roman Tkachyk, student
Development of enumeration software for hypercomplex number system*

In this article two methods of enumeration hypercomplex number systems were looked. They are method of enumeration isomorphism classes by the help of selection canonical multiplication table and method of transition from infinite hypercomplex systems. On the base of these methods algorithms and program applications were build. Some ways for the future researches although offered.

Вступ

В останні роки зростає значення ефективного вибору методів представлення даних та їх ефективної обробки при побудові різного типу інформаційних систем.

Кожна з форм представлення даних має свої особливості та найбільш ефективні області застосування. Слід відзначити, що ефективність використання гіперкомплексних числових систем (ГЧС) в практичних задачах механіки, електродинаміки, радіоелектроніки та багатьох інших обумовлює актуальність їх дослідження.

Для ефективного застосування ГЧС при вирішенні практичних задач, потрібно обрати найбільш придатну систему. Тому в прикладній математиці існує задача визначення множинності гіперкомплексних числових систем. Множинність ГЧС висуває задачу їх переліку та класифікації, що доцільно реалізувати в автоматизованому режимі. Цьому питанню і присвячена дана робота.

Дослідженням питання множинності алгебр [1], ГЧС [2,3] приділяється багато уваги. Слід зазначити, що це були теоретичні дослідження, направлені на вирішення проблеми прикладного характеру. Для ефектив-

ного вирішення цього питання потрібно було розробити автоматичні програмні засоби. Цьому і присвячена дана робота.

Постановка задачі

Задача полягає в розробці програмних засобів на основі існуючих методів перелічення гіперкомплексних числових систем.

Розв'язок задачі

При розробці програмних засобів, для перелічення гіперкомплексних числових систем авторами були розглянуті наступні методи: метод перелічення класів ізоморфізмів за допомогою методу перебору канонічних таблиць множення та метод переходу від нескінченновимірних гіперкомплексних систем.

Перший із згаданих методів ґрунтується на переліченні класів ізо-

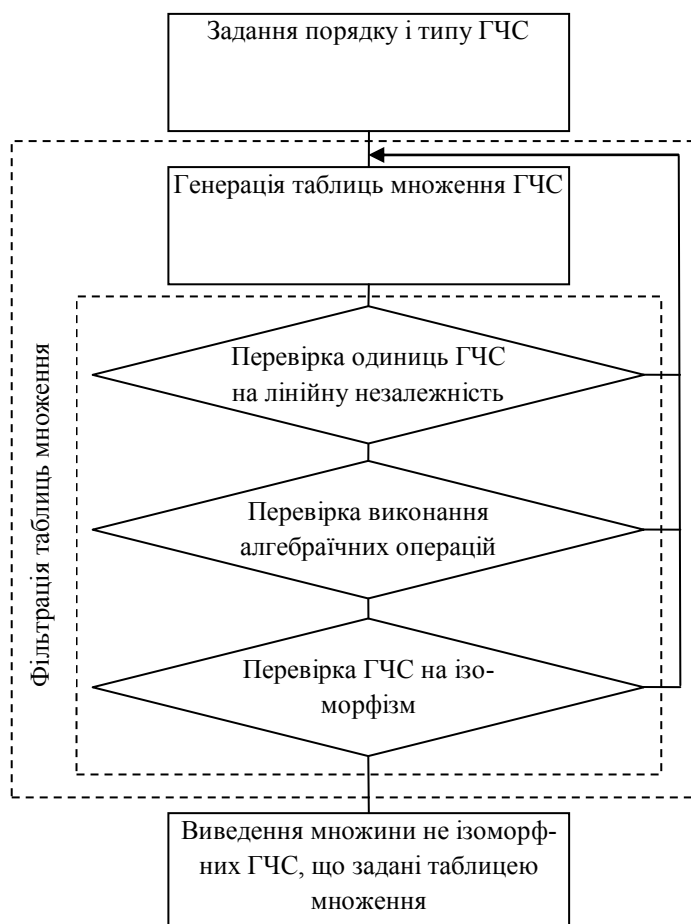


Рис. 1. Структура методу перебору канонічних таблиць множення

рфізмів за допомогою перебору канонічних таблиць множення і полягає в генерації всіх можливих канонічних таблиць множення n -ої вимірності з наступним відбором мінімального набору таблиць, що задовольняють певним умовам.

Метод складається з наступної послідовності функціональних блоків:

- генерації таблиць множення гіперкомплексних числових систем;
- перевірки гіперкомплексних числових систем на лінійну незалежність;
- перевірки виконання законів алгебраїчних операцій;
- перевірки гіперкомплексних числових систем на ізоморфізм.

Блок генерації таблиць множення гіперкомплексних

числових систем дозволяє перелічити всі можливі таблиці множення гіперкомплексних числових систем заданої вимірності.

Генерація вихідних гіперкомплексних числових систем n -ої вимірності починається з послідовного перебору канонічних таблиць множення. В загальному випадку таблиці представляють у вигляді квадратної матриці розміром $n \times n$ чи одномірного масиву довжиною n^2 . Для гіперкомплексних числових систем з комутативним законом множення: $e_i e_j = e_j e_i$, таблиці множення представляють у вигляді одномірного масиву довжиною $n(n+1)/2$. Далі здійснюється послідовний перебір усіх комбінацій значень елементів масиву. Структура даного методу наведений на рис. 1.

Інший метод отримання скінченновимірних ГЧС заснований на переході від нескінченновимірних гіперкомплексних систем шляхом факторизації до скінченновимірних ГЧС. Цей метод був запропонований в [3] як метод отримання нових знань про ГЧС. Гіперкомплексні системи можуть бути як дискретними, так і безперервними. При цьому труднощі роботи з безперервними гіперкомплексними системами вище, ніж з дискретними гіперкомплексними системами.

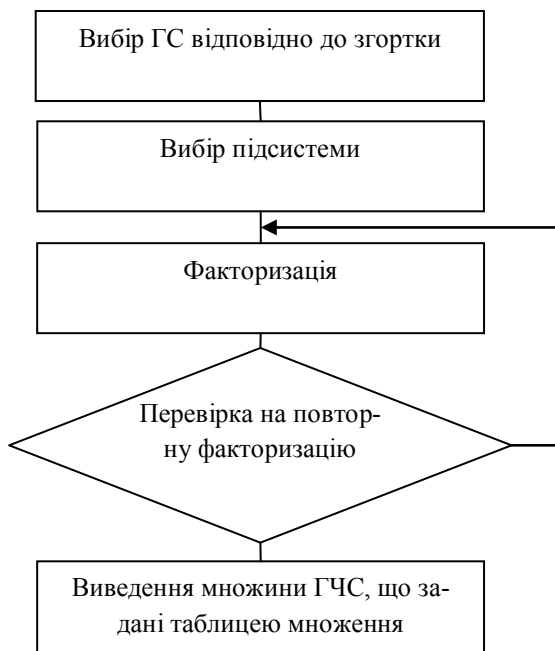


Рис. 2. Структура методу переходу від нескінченно вимірних гіперкомплексних систем.

комплексну систему $A = Z/B = N \cup \{0\}$. Згортка для цієї гіперкомплексної системи

$$\text{буде мати вигляд } \delta_n * \delta_m = \frac{1}{2} \delta_{n+m} + \frac{1}{2} \delta_{|n-m|}.$$

Перехід від нескінченновимірних гіперкомплексних систем до скінченновимірних ГЧС дає можливість одержати нові скінченновимірні ГЧС, які не були отримані комбінаторним способом перебору, але в окремих випадках можуть і збігатися з отриманими раніше комбінаторним методом.

Цей метод можна розглянути на такому прикладі. Нехай є деяка група Z - нескінченний ряд цілих чисел. У ній задано множення двох елементів (згортка) $\delta_n * \delta_m = \delta_{n+m}$.

Факторизація по групі автоморфізмів $B = \{1, -1\}$, іншими словами зменшення складності групи Z за допомогою відображень, які не виводять за рамки групи, дає нескінченновимірну дискретну гіпер-

Вибираючи підгрупи різного виду із цієї нескінченновимірної гіперкомплексної системи, причому ці підгрупи повинні бути теж нескінченновимірні, виконуємо факторизацію та одержуємо скінченновимірні гіперкомплексні числові системи. Можна обирати підгрупи $\{2k, 3k, \dots, Mk, \dots\}$. Число цих нескінченновимірних підгруп нескінченно. Перелічення гіперкомплексних систем за даним методом ілюструється рис. 2.

Розроблені авторами програмні засоби дозволяють отримувати нові множини гіперкомплексних систем в автоматичному режимі, що призводить до значної економії часу. Застосування нового методу переходу від нескінченновимірних гіперкомплексних систем дозволяє отримувати як досі невідомі множини ГЧС з великим потенціалом сфери застосування, так і системи, що були отримані методами перебору. Приклади отриманих результатів наведені нижче.

	e_1	e_2
e_1	e_1	e_2
e_2	e_2	$-e_1$

	e_1	e_2
e_1	e_1	e_2
e_2	e_2	pe_1+qe_2

	e_1	e_2
e_1	e_1	0
e_2	0	$-e_1$

	e_1	e_2
e_1	e_1	e_2
e_2	e_2	0

	e_1	e_2
e_1	e_1	e_2
e_2	e_2	e_1

	e_1	e_2	e_3
e_1	e_1	0	0
e_2	0	e_2	0
e_3	0	0	e_3

	e_1	e_2	e_3
e_1	e_1	0	0
e_2	0	e_2	e_3
e_3	0	e_3	e_2

	e_1	e_2	e_3
e_1	e_1	0	0
e_2	0	e_2	e_3
e_3	0	e_3	0

	e_1	e_2	e_3
e_1	e_1	e_2	e_3
e_2	e_2	0	0
e_3	e_3	0	0

	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	e_2	0	0
e_2	0	e_2	0	0
e_3	0	0	e_3	e_4
e_4	0	0	e_4	$-e_3$

	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	e_2	0	0
e_2	$-e_1$	e_2	0	0
e_3	0	0	e_3	e_4
e_4	0	0	e_4	$-e_3$

	e_1	e_2	e_3	e_4
e_1	e_1	0	0	0
e_2	0	e_2	0	0
e_3	0	0	e_3	0
e_4	0	0	0	e_4

Таблиця 1. Приклади таблиць деяких отриманих ГЧС 2, 3 та 4 порядків.

Висновки

В даній роботі розглянуто два різні підходи для перелічення ГЧС. Особливий інтерес становить метод переходу від нескінченновимірних гіперкомплексних систем до скінченновимірних ГЧС. Розроблений програмний комплекс дозволяє автоматично виконати перелік ГЧС різного вигляду та різних вимірностей. Це дозволяє обрати необхідну ГЧС з заданими властивостями для вирішення практичних задач.

Література

1. Дрозд Ю. А. Конечномерные алгебры / Ю. А. Дрозд, В.В. Кириченко. — К.: Вища школа, 1980. — 192 с.
2. Бояринова Ю.Е. О множественности гиперкомплексных числовых систем / Ю.Е. Бояринова. — Щорічна підсумкова конференція ІПРІ НАНУ — К. ІПРІ НАНУ, 2009—С.78
3. Синьков М.В. Исследование множественности гиперкомплексных числовых систем / М.В.Синьков, Ю.Е.Бояринова. — Украинский математический конгресс – 2009