

К.т.н., доцент Зорін Ю.М., студент Сокол В.О.

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»**

**АЛГОРИТМ ПОШУКУ ІЗ ЗАБОРОНАМИ ДЛЯ ЗАДАЧІ
МІНІМІЗАЦІЇ ПЕРЕТИНІВ ДУГ В ГРАФІ**

Abstract

*Yuri Zorin, Assoc. Prof., PhD; Vladislav Sokol, student
Modified Tabu Search Approach to Arc Crossing Minimization Problem*

An important problem in the area of graph drawing is minimization of arc crossings in a multi-layer hierarchical digraph. Existing solution methods for this problem are based on simple ordering rules for single layers that may lead to inferior drawings. Another approach to solve this problem efficiently is the use of metaheuristics. The paper introduces a modified tabu search implementation. Several modifications of the algorithm operators were proposed to improve overall quality of solution and to assure adequate running time.

Вступ

Графи широко використовуються в багатьох сферах науки та техніки. Важливою задачею під час візуалізації графів є мінімізація перетину дуг в багатошарових ієрархічних орграфах. Ця задача відноситься до класу NP-складних.

Задача мінімізації перетинів дуг в графах отримала значний розвиток протягом останніх 30 років. Ефективний спосіб мінімізації, який узагальнив Саграно, відомий також як алгоритм відносного степеня вершин [1]. Eades та Kelly запропонували метод медіани [2]. В роботі [3] було запропоновано так званий метод баріцентрів, який має в основі метод відносного степеня.

Перші відомості про застосування алгоритму пошуку з заборонами (АПЗ) для розв'язання цієї задачі наведені в роботі [4], автори якої розробили процедури пошуку на основі порогових заборон [5]. Пізніше в роботі [6] була проведена змістовна оцінка здобуткам в даному напрямку, а також запропоновано особливий АПЗ.

На фоні значного підвищення швидкодії обчислювальних систем протягом останнього часу, для багатьох задач в області візуалізації графів на перший план вийшла саме необхідність в максимально якісному розв'язанні проблеми мінімізації перетинів дуг. Це, в свою чергу, підвищує інтерес до більш якісних методів мінімізації і методів на основі АПЗ, зокрема.

Постановка задачі

Метою роботи є розробка АПЗ для задачі мінімізації перетинів дуг в ієрархічному орграфі. Зокрема, створення нових та модифікація існуючих операцій алгоритму, які дозволять більш ефективно розв'язати дану задачу, а також дослідження впливу критеріїв зупинки алгоритму на якість розв'язку та швидкодію.

Термінологія й визначення

Ієрархічний орграф $H = (V, A, k, g)$ складається з орграфа (V, A) , додатнього цілого k , та цілого $g(v) \in \{1, 2, \dots, k\}$ для $v \in V$, з такою властивістю що, якщо $(u, v) \in A$, тоді $g(u) < g(v)$. Множина $\{v : g(v) = i\}$ – це i -й шар графу H і позначається як L_i . Вважаючи, те що вершини лежать на множині рівновіддалених вертикальних ліній, і кожен дугу зображають як пряму лінію між вершинами, рисунком правильного орграфа будемо називати множину впорядкувань $D = \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$. Рисунок D^* є оптимальним, якщо не існує іншого рисунка D з меншою кількістю перетинів. Маючи рисунок $D = \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$ ієрархічного правильного орграфу, приймемо $K(D)$ як загальну кількість перетинів дуг пов'язаних з D .

Операції АПЗ

В роботі було реалізовано модифіковану операцію інтенсифікації пошуку. За основу була взята інтенсифікація з роботи [6]. Запропоновано проводити обхід вершин при виконанні алгоритму в порядку спадання їх степеней.

Для розв'язання задачі були застосовані наступні інструменти диверсифікації пошуку:

- 1) Функція-критерій відбору наступного шару для виконання операції інтенсифікування пошуку. Як критерій використано сумарний степінь вершин шару.
- 2) Підвищення ефективності диверсифікації здійснено за допомогою операції свічінгу [6].

Заборони використовуються для запобігання повторному розгляду шарів, в яких неможливо покращити поточний розв'язок за рахунок інтенсифікації. Для їх реалізації використана структура лінійних порогових заборон [5].

Початковий двосторонній обхід

В роботі запроновано двосторонній обхід з подальшою інтенсифікацією пошуку в кожному наступному шарі. Була використана наступна послідовність напрямів обходу: спочатку виконується обхід зліва направо, а потім навпаки (можлива зміна порядку обходів, адже доведено, що це в загальному випадку не впливає на якість і швидкість розв'язку).

Реалізація алгоритму

Використання згаданих вище операцій для розв'язання задачі мінімізації перетину дуг в ієрархічному багат шаровому оргграфі може бути зведено до наступного псевдокоду:

```

Згенерувати початковий розв'язок.
найкращий_розв'язок := поточний_розв'язок.
лічильник_останнього_покращення :=0.
while(лічильник_останнього_покращення < заданий_критерій_зупинки){
    Початковий двосторонній обхід.
    while(існує хоча б один не заборонений шар){
        Обираємо шар(диверсифікація).
        Виконуємо інтенсифікацію.
    }
    if(поточний_розв'язок кращий за найкращий_розв'язок){
        найкращий_розв'язок := поточний_розв'язок.
        лічильник_останнього_покращення :=0.
    }
    else лічильник_останнього_покращення :=
        лічильник_останнього_покращення + 1.
    Застосовуємо свічінг.
}

```

Висновки

Результати тестування алгоритму на різних за конфігурацією згенерованих графах показали, що даний алгоритм ефективно реалізує задачу пошуку якісного розв'язку за помірний час. Переваги в якості результату над запропонованими раніше евристичними методами [1-3], в залежності від конфігурації вхідних даних, складають 5-25%. З іншого боку, дещо збільшився час роботи алгоритму. Модифікація АПЗ з [4,6] дозволила отримати більш якісні розв'язки при незначному зростанні часових витрат. При дослідженнях використовувався генератор графів до 1000 вершин та до 3000 дуг. Досліджено критерії зупинки роботи алгоритму: при кількості у 40 ітерацій та більше майже відсутнє покращення якості результуючого розв'язку; при низьких значеннях критерія алгоритм показав швидкодню одного порядку з відомими методами, причому якість розв'язку за допомогою АПЗ все одно більша.

Серед перспектив дослідження в данному напрямі слід виділити розробку алгоритму пошуку із заборонами для задачі мінімізації перетинів дуг в системах візуалізації графів у реальному часі.

Література

1. *M-J. Carpano* Automatic Display of Hierarchized Graphs for Computer-Aided Decision Analysis. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. -1980. -vol. SMC-10, no. 11, p. 705-715.
2. *P. Eades, D. Kelly* Heuristics for Drawing 2-Layered Networks. ARS Combinatoria. -1986. -vol. 21-A, p. 89-98.
3. *K. Sugiyama, S. Tagawa, M. Toda* Methods for Visual Understanding of Hierarchical System Structures. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. -1981. -vol. SMC-11, no. 2, p.109-125.
4. *V. Valls, R. Martí, P. Lino* A Tabu Thresholding Algorithm for Arc Crossing Minimization in Bipartite Graphs. Annals of Operations Research. -1995. -vol. 60.
5. *F. Glover, M. Laguna* Tabu Search. Blackwell Scientific Publications. - Oxford. -1993. -p. 150-175.
6. *M. Laguna, V. Valls, R. Martí* Arc Crossing Minimization in Hierarchical Digraphs with Tabu Search. Computers and Operations Research. -1993. -vol. 24, p. 1175-1186.