

УДК 519.688

К.е.н., доцент Герасименко С.С., студент Пальчевський І.І.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»

МЕТОД ОЦІНКИ КРЕДИТНОГО РИЗИКУ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ БЛЕКА-ШОУЛСА ТЕОРІЇ ОПЦІОНІВ

Abstract

*Sergiy S. Gerasimenko, assoc. prof., PhD; Illya Palchevskyy, student
Credit risk assessment method based on the Black-Scholes option theory model
This paper concerns the task of credit risk valuation using the Black-Scholes option theory model. An elegant method of risk assessment is proposed. All the mathematical formulas included in this paper have a theoretic probability origin. The ways for further research are also presented here.*

Вступ

Кожна цивілізована людина сучасного світу знайома з поняттям кредит. Кредит видається комерційними банками, торговельними компаніями, ломбардами, іншими організаціями. Видаючи кредит, організація наражає себе на ризик неповернення ресурсів, а також відсотків за їх використання. Цей ризик у більшості випадків має серйозні наслідки, у зв'язку з чим з'являється необхідність у його оцінці.

Розроблений метод дозволяє оцінити кредитний ризик і тим самим допомогти кредиторам у прийнятті обгрунтованого рішення щодо кредитування клієнта.

Постановка задачі

Побудувати метод оцінки кредитного ризику на основі моделі Блека-Шоулса теорії опціонів.

Термінологія

Опціон - це вид контракту. Він дає право (але не зобов'язує) купити чи продати що-небудь за певною, погодженою і зафіксованою ціною у визначений термін [1].

Кредитний ризик - ризик несплати позичальником основного боргу та відсотків, що належать кредитору [1].

Дефолт - порушення платіжних зобов'язань позичальника перед кредитором, нездатність проводити своєчасні виплати за борговими зобов'язаннями або виконувати інші умови договору позики. У широкому сенсі слова цим терміном позначають будь-які види відмови від боргових зобов'язань (тобто він є синонімом поняття «банкрутство») [1].

Опис методу

Класичною концепцією теорії фінансів є гіпотеза ефективного ринку, одним з положень якої є те, що доступна інформація про перспективи компанії вже врахована учасниками ринку і відображена в поточній ціні акції цієї компанії. Таким чином, ціна акції містить в собі як поточну оцінку кредитної якості позичальника, так і оцінку потенційної зміни цієї якості. Якщо майбутні доходи компанії стають виглядати краще або гірше, то першим індикатором цього буде ціна акції компанії. Таким чином, ймовірність дефолту, "витягнута" з ринкової ціни акції компанії-позичальника, повинна варіюватися безперервно в часі разом з ціною акції. Структурний підхід до оцінювання кредитного ризику ґрунтується на економічному аргументі, який полягає в тому, що дефолт відбувається у разі коли ринкова вартість активів позичальника опускається нижче рівня його зобов'язань. Кредитне зобов'язання компанії-позичальника може розглядатися як комбінація безризикової облігації та бар'єрного опціону пут(put) проданого компанії-позичальнику (якщо активи компанії досягнуть певного критичного рівня, то кредитор має право порушити відносно позичальника процедуру банкрутства) [2].

Для ілюстрації цього підходу розглянемо простий приклад, коли позичальник має всього один клас активів і один клас зобов'язань із загальною величиною виплати у термінальний момент, рівною F . Будемо припускати, що на даному тимчасовому інтервалі позичальник не виплачує дивідендів власникам своїх акцій. Далі припустимо, що поведінка ринкової вартості активів (майна) позичальника V_A описується в часі процесом, що задовольняє наступне (стохастичне) диференціальне рівняння(рівняння геометричного броунівського руху):

$$dV_A = \mu V_A dt + \sigma V_A dW,$$

де μ – очікувана ставка росту активів позичальника.

σ – стандартне відхилення ставки росту.

W – стандартний вінерівський процес

Також будемо припускати що дефолт може відбутися тільки в момент повернення кредиту T , і в момент дефолту кредитор отримує суму, рівну залишковій вартості активів позичальника. У разі відсутності дефолту кредитор отримує суму виплати за кредитним зобов'язанням F . Одне з додаткових припущень полягає в тому, що вартість кредиту не може перевищувати ринкової вартості активів позичальника.

При зроблених припущеннях вартість кредитного зобов'язання $D=D(V_A, F, r, T)$ буде функцією вартості активів позичальника V_A , величини боргу F , безризикової процентної ставки r і моменту повернення кредиту T , що задовольняє наступне рівняння в частинних похідних (так зване рівняння Блека-Шоулза) :

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V_A^2 D_{V_A V_A} + rV_A D_{V_A} - rD + D_t = 0,$$

при граничних умовах :

$$D(V_A, T) = \min(V_A, F)$$

$$D(V_A, T) \leq V_A$$

$$D(0, t) = 0$$

Відзначимо, що виконується наступна умова :

$$\min(V_A, F) = F - \max(F - V_A, 0).$$

Це дозволяє охарактеризувати виплату за кредитом як комбінацію безризикової облігації та проданого опціону пут на активи позичальника з ціною виконання рівною величині виплати за кредитом F .

Розв'язок рівняння в частинних похідних при вказаних граничних умовах задається наступним виразом:

$$D(V_A, F, r, T) = e^{-rT} (F - P(V_A, F, r, T)),$$

де $P(V_A, F, r, T)$ - вартість опціону пут(put), яка дорівнює :

$$P(V_A, F, r, T) = F \cdot N(h_1) - e^{rT} V_A \cdot N(h_2), \text{ де}$$

$$h_1 = \frac{\ln(F e^{-rT} / V_A) - 1/2\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad h_2 = -h_1 - \sigma\sqrt{T},$$

а $N()$ - функція стандартного нормального розподілу. Із зазначеного співвідношення видно, що вартість кредитного зобов'язання дорівнює приведеній вартості безризикової облігації за вирахуванням поточної

вартості очікуваного збитку за кредитним зобов'язанням (вартості опціону, пут). Очікуваний збиток за кредитом складається у свою чергу з двох компонентів:

- величини виплати по кредиту F , помноженої на (ризик-нейтральну) імовірність дефолту. Даний компонент є очікуваним збитком за умови відсутності яких би то не було виплат у разі дефолту компанії-позичальника;
- очікуваної залишкової величини виплати за кредитними зобов'язаннями, яка отримується внаслідок реалізації активів компанії-позичальника після настання дефолту.

Тепер можемо записати згорнутий алгоритм розробленого методу :

- 1) Визначаємо параметри V_A, F, r, T
- 2) Обчислюємо вартість опціону пут $P(V_A, F, r, T)$
- 3) Рахуємо вартість кредитного зобов'язання :

$$D(V_A, F, r, T) = e^{-rT} (F - P(V_A, F, r, T)).$$

Висновки

Результатом дослідження є метод оцінювання кредитного ризику, що ґрунтується на моделі Блека-Шоулса.

Метод може бути розширений шляхом розгляду моделей з більш складними процесами поведінки вартості активів позичальника V_A , моделювання випадковості поведінки безризикової процентної ставки r , розгляду більш складних граничних умов у момент настання дефолту (більш складні процедури банкрутства), а також допускання можливості дефолту до настання терміну виплати кредиту.

Література

1. Банковское дело: современная система кредитования: учебное пособие / *О.И. Лаврушин, О.Н. Афанасьева, С.Л. Корниенко*; под ред. засл. деят. науки РФ, д-ра экон. наук, проф. *О.И. Лаврушина*. – 4-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2008. – 264 с.
2. *Грюнинг Х.ван, Брайович Братанович С.* Анализ банковских рисков. Система оценки корпоративного управления и управления финансовым риском / Пер. с англ.; вступ. сл. д.э.н. К.Р. Тагирбекова – М.: Издательство «Весь Мир», 2007. – 304 с.