

УДК 004.942

**К.т.н., доцент Маслянюк П.П., аспірант Рябушенко А.В.,
студент Козленко М.В.**

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»**

МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ ВАРТОСТІ ПОХІДНИХ ФІНАНСОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ

Abstract

*Pavlo P. Maslyanko, assoc. prof., PhD; Andriy Riabushenko, postgraduate student;
Mykola Kozlenko, student*

Methods of pricing of derivative financial instruments

This paper concerns different approaches to pricing financial derivatives. Common pricing methods and their application are described and discussed. An improved stochastic volatility pricing model is proposed, its description and comparison with other models are discussed in the paper.

Вступ

Оцінювання вартості похідних фінансових інструментів (ПФІ) відіграє неабияку роль в підвищенні ефективності управління інвестиційним портфелем цінних паперів. Досягти бажаної структури виплат портфеля можна лише використовуючи похідні фінансові інструменти, тому що тільки вони мають нелінійну структуру виплат [1]. Оцінювання вартості ПФІ є необхідним для оптимізації структури виплат інвестиційного портфеля, а також зменшення ризиків. Оскільки вартість ПФІ залежить від інших фінансових інструментів (ФІ), оптимізація інвестиційного портфеля таких інструментів потребує попередньої оцінки справедливої вартості базових фінансових інструментів та інших параметрів моделей.

У попередніх дослідженнях [1,2] проведений ґрунтовний аналіз існуючих методів оцінювання вартості ПФІ, оцінюється ефективність їх застосування. У [2] описуються також чисельні методи розв'язку стохастичних диференціальних рівнянь, які використовуються при оцінюванні вартості ПФІ.

У цій роботі досліджуються існуючі методи та пропонується вдосконалена модель оцінювання ПФІ – модель стохастичної волатильності.

Постановка задачі

Мета роботи полягає в дослідженні існуючих методів оцінювання вартості ПФІ, аналізі ефективності їх застосування, а також розробці вдосконаленої моделі оцінювання вартості ПФІ – моделі стохастичної волатильності.

Об'єкт дослідження – компонент оцінювання вартості ПФІ системи управління інвестиційним портфелем цінних паперів.

Предмет дослідження – методи оцінювання вартості ПФІ на фондовому ринку.

Аналіз існуючих методів

До складу пакету математичних методів компонента оцінювання вартості ПФІ (рис. 1) включений ряд стандартних методів оцінювання: біноміальні дерева, триноміальні дерева, модель Блека-Шоулза. Також до компонента входять методи розв'язку стохастичних диференціальних рівнянь: аналітичні методи – стохастичне числення Іто, чисельні методи – метод скінченних елементів, скінченнорізницеві методи та метод скінченних об'ємів. Для знаходження значень параметрів моделей до складу компонента включений блок калібрування.

Одним з найпоширеніших на сьогодні та найпростіших методів оцінювання вартості ПФІ є біноміальна модель [3]. Цей метод виходить з припущення, що вартість опціону є дискретною випадковою величиною з біноміальним розподілом. Підраховуючи ймовірності збільшення або зменшення вартості інструмента на кожному кроці, маємо таку формулу для вартості:

$$Se^{At} = pSu + (1 - p)Sd$$

За умови досить великої кількості кроків біноміальне дерево дозволяє досягти високої точності обчислень [1]. Особливо ефективним воно є для американських опціонів, оскільки дозволяє враховувати можливість раннього виконання.

Триноміальна модель є модифікацією біноміальної моделі і передбачає виділення на кожному кроці не двох, а трьох значень цін базового фінансового інструмента та опціону. Така модифікація дозволяє дещо підвищити точність обчислень [1].

Модель Блека-Шоулза, запропонована американськими економістами Фішером Блеком та Майроном Шоулзом у 1973 році, була одним з історично перших методів оцінювання вартості опціонів. Цей метод полягає в розв'язуванні стохастичного диференціального рівняння, виходячи

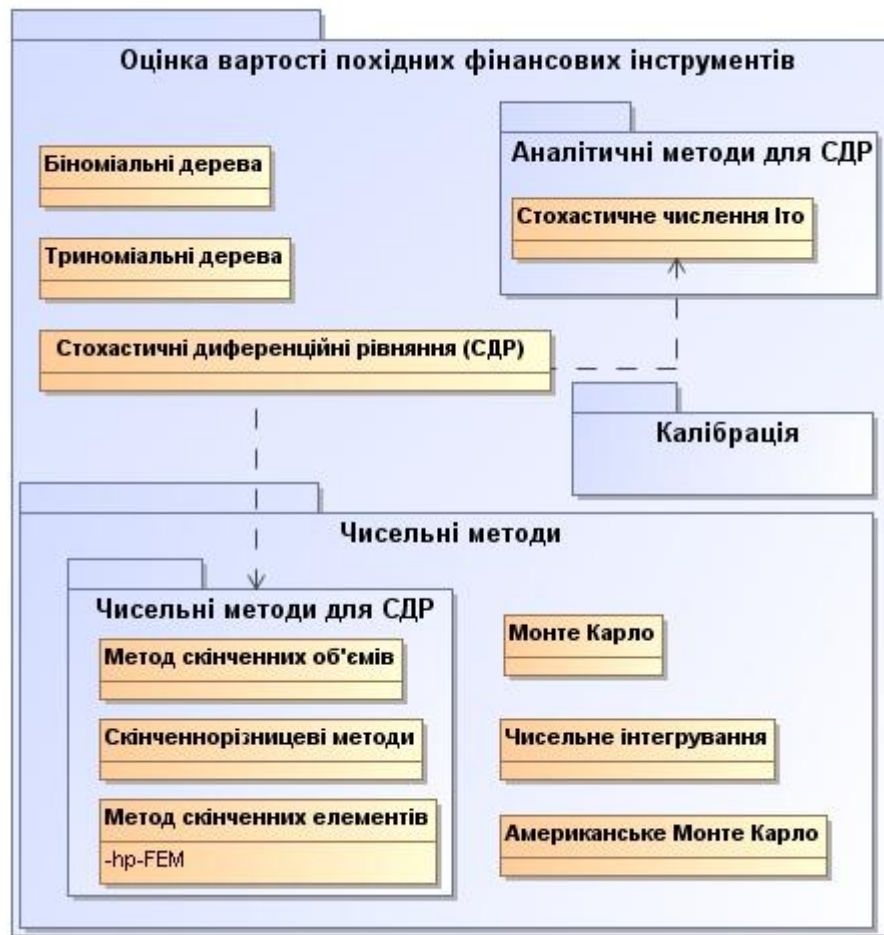


Рис. 1. Пакет математичних методів компонента оцінювання вартості ПФІ

з певних припущень про стан фінансового ринку (зокрема, про те, що вартість базових ФІ є геометричним броунівським рухом з постійною волатильністю), завдяки яким запропонована модель залишається однією з найточніших та широко використовується у прогнозуванні.

До складу пакету входять також чисельні методи. Метод Монте-Карло, що використовує генерації випадкових шляхів базових ФІ, заснований на отриманні значної кількості випадкових шляхів, на основі яких оцінюється вартість ПФІ. Для оцінювання вартості американських опціонів цей метод має модифікацію, що передбачає побудову на інтервалі рівномірної сітки. Методи чисельного інтегрування використовуються в тому випадку, коли оцінку вартості ПФІ можна звести до визначеного кратного інтегралу [2].

Метод стохастичної волатильності

Метод стохастичної волатильності дозволяє оцінити вартість ПФІ точніше, ніж традиційними методами, оскільки він уникає ряду припущень, які найчастіше не виконуються на практиці (зокрема,

припущення про геометричний броунівський рух вартості інструмента з постійною волатильністю з моделі Блека-Шоулза).

Запропонований метод базується на моделі Чена [5]. Згідно з цією моделлю миттєва дохідність задається системою стохастичних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}dr_t &= (\theta_t - \alpha_t)dt + \sqrt{r_t} \sigma_t dW_t \\d\alpha_t &= (\zeta_t - \alpha_t)dt + \sqrt{\alpha_t} \sigma_t dW_t \\d\sigma_t &= (\beta_t - \sigma_t)dt + \sqrt{\sigma_t} \eta_t dW_t\end{aligned}$$

Ця система не має аналітичного розв'язку, для її розв'язку застосовуються чисельні методи. Автори пропонують в якості рівняння стохастичної волатильності σ_t взяти рівняння мультифрактальної моделі з Марковськими перемиканнями режимів, що дозволяє врахувати присутні на ринку ефекти довгострокової пам'яті.

Висновки

Використання методу стохастичної волатильності дозволяє підвищити точність обчислення вартості ПФІ у порівнянні з використанням звичайної моделі Блека-Шоулза зі сталою волатильністю. Розглянута модель також переважає за точністю обчислень ряд інших методів оцінювання вартості ПФІ, зокрема, біноміальну, триноміальну моделі та метод Монте-Карло. Недоліком моделі є більший, порівняно зі звичайними методами, обсяг обчислень, що пов'язано з необхідністю чисельного розв'язку стохастичних диференціальних рівнянь, але точність обчислень компенсує меншу швидкодню метода.

Література

1. *Hull J.C.* Options, Futures, and Other Derivatives // Prentice Hall.– 2005. – P.815.
2. *Wilmott P.* Paul Wilmott on Quantitive Finance // John Wiley&Sons, Ltd.– 2006. – P.1380.
3. *Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M.* Options Pricing: A Simplified Approach // Journal of Financial Economics – 1979 – №9. – P. 229–263.
4. *Black F., Scholes M.* The Pricing of Options and Corporate Liabilities //Journal of Political Economy – 1973 – №3 – P. 637–654
5. *Chen L.* Stochastic Mean and Stochastic Volatility-A Three Factor Model of the Term Structure of Interest Rates and its Application to the Pricing of Interest Rate Derivatives // Financial markets, institutions, and instruments. – 1996.– № 5.– С.1–88.