

магістрант Красномоєць П.Б.

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут»**

**ЗАСТОСУВАННЯ
НЕДІАДНИХ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕНЬ
ПРИ ВИРІШЕННІ РЯДУ ЗАДАЧ ГЕОФІЗИКИ**

Вступ

У наш час вейвлет-перетворення та вейвлет-аналіз використовуються в багатьох галузях науки й техніки для вирішення різноманітних завдань. У геофізиці вейвлет-перетворення знайшли широке застосування при обробці сейсмічних та акустичних сигналів. Таким чином, з'явилась нова можливість для проведення одно- та багатовимірного аналізу сейсмічного процесу. А це, у свою чергу, дає можливість робити більш точне прогнозування землетрусів на основі даних короткострокових провісників.

Постановка задачі

В даній роботі аналізується можливість застосування недіадних вейвлет-перетворень у геофізиці. Для цього потрібно зробити наступні кроки:

1. Показати переваги вейвлет-перетворень над іншими видами перетворень (Фур'є, віконне перетворення Фур'є), розглянути їх основні властивості.

2. Обґрунтувати вибір недіадних вейвлет-перетворень для здійснення прогнозування землетрусів на основі даних, отриманих при аналізі короткострокових провісників.

Переваги вейвлет-перетворень над традиційними спектральними методами

Вейвлет-перетворення представляють спеціальний тип лінійного перетворення сигналів і відображуваних цими сигналами фізичних даних про процеси й фізичні властивості природних середовищ та об'єктів. Воно створюється за допомогою спеціальних базисних функцій, які визначають її вид і властивості. Ієрархічне подання експериментальних даних, що одержується в результаті вейвлет-аналізу, дозволяє описати

довільний сигнал у термінах відносно грубого наближення й уточнюючих його деталей [1].

Вейвлет-перетворення має деякі схожі властивості з перетворенням Фур'є. У той же час є ряд досить істотних відмінностей: вейвлетні базиси можуть бути добре локалізованими як по частоті, так і за часом, а при виділенні в сигналах добре локалізованих різномасштабних процесів можна розглядати тільки ті масштабні рівні розкладання, які становлять цільовий інтерес; на відміну від перетворення Фур'є вейвлетні базиси мають досить багато різноманітних базових функцій, властивості яких орієнтовані на рішення різних задач, при цьому базисні вейвлети можуть мати як кінцеві, так і нескінченні носії.

Базис масштабуючих і вейвлет-функцій, по якому проводиться розкладання сигналів, має багато спеціальних властивостей та можливостей, а саме: локальність, що дозволяє виявити локальні частотно-часові зміни сигналу (тобто можливість аналізу сигналу на заданому проміжку часу); можливість зміни масштабу, що забезпечує самоподібність базисних функцій на різних шкалах; можливість зсуву, що дає спосіб аналізу властивостей сигналу в різних точках на всьому досліджуваному інтервалі; повнота, що гарантує точне відновлення вихідного сигналу; можливість швидкого чисельного розрахунку й т.д.

При цьому масштабуюча функція $\varphi(x)$ знаходиться з рішення наступного, так званого масштабного рівняння [1]:

$$\varphi(x) = \sqrt{N} \sum_n h_n \varphi(Nx - n)$$

де n – цілі числа, h_n – фільтр, причому $\sum_n |h_n|^2 < \infty$.

Функція зміни частотної незалежної змінної в спектральному поданні сигналів відображається в тимчасовому поданні розтяганням або стисканням сигналу з коефіцієнтом масштабування (масштабним множником) N .

Якщо N дорівнює 2, то відповідне вейвлет-перетворення називається диадним. На практиці воно є найпоширенішим, оскільки, як правило, забезпечує найвищу швидкість вейвлет-розкладання й допускає просту інтерпретацію в одномірному випадку, виділяючи низькочастотні (апроксимуючі) і високочастотні (деталізуючі) складові аналізованого сигналу.

Можливість застосування вейвлет-перетворень для розв'язання ряду задач геофізики

З'ясовано [2], що розподіл окремих блоків твердої речовини по розмірах має полімодальний характер. У розподілах, отриманих у досить широкому діапазоні масштабів, виявлено, що відношення двох сусідніх «переважних» розмірів лежить у межах від 2 до 5. Уявлення про гірську породу як про систему здатну до самоорганізації, що складається з різномасштабних блоків, здатних втрачати стійкість при надходженні енергії ззовні й перерозподіляти її шляхом хвильового випромінювання, відкриває можливість прогнозу деяких її властивостей.

Механізм самоорганізації системи, що складає із блоків гірської породи, не єдино можливий. До цієї ж категорії явищ можуть бути віднесені й процеси поліморфних фазових перетворень, при яких змінюються й структурні, і хімічні властивості системи. Імовірно, можливі й одночасні дії різних механізмів.

На відміну від довго- та середньострокових провісників землетрусів, що мають спокійний характер [3] загальних змін в поведінці геофізичних полів, тобто є теоретична можливість виявити їх спектральними методами, короткострокові провісники, як правило, мають різкий «сплесковий» характер, а тому виділити їх на фоні перешкод спектральними методами не можливо, оскільки їх частота має властивість швидко змінюватись за короткий проміжок часу.

Якщо скористатись спектральними методами, що використовують вікно, то постає проблема. Якщо воно занадто велике, то частотно-часова діаграма не здатна реагувати на швидкі зміни спектрального складу та на наявність короткотривалих сигналів — сплесків. Якщо зменшити довжину вікна, то діаграма стає занадто зашумленою і не інформативною.

В свою чергу, вейвлет-перетворення дають можливість проводити декомпозицію сигналів. Як результат, ми отримуємо набір субсигналів, кожний з яких належить якійсь субполосі частот. Таким чином існує можливість бачити існуючі інтервали часу та частоти, що у них зустрічаються.

Також при вирішенні ряду геофізичних задач необхідно враховувати природну блоковість (фрактальність) гірської породи, що вимагає застосування недіадних вейвлет-перетворень, у яких коефіцієнт N , приймає значення, більші, ніж 2.

Масштабуючу функцію доцільно взяти у вигляді B -сплайну. Оскільки B -сплайни φ_n порядку $n \in N$ -масштабуючими функціями для будь-якого цілого $N > 1$. При цьому права частина масштабуючого відношення

$$\varphi(x) = \sqrt{N} \sum_k h_k \varphi(x - k)$$

є скінченною сумою. Коефіцієнти h_k знаходяться за формулою [4] :

$$h_k = \frac{1}{\sqrt{NN^n}} \sum_{\alpha} \frac{(n+1)!}{\alpha_0! \alpha_1! \dots \alpha_n!},$$

де сума виконується по всім мультиіндексам

$\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1})$, що задовольняють дві вимоги:

$$|\alpha| = \alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{n-1} = n+1 \quad \text{і} \quad \alpha_1 + 2\alpha_2 + \dots + (n-1)\alpha_{n-1} - (n-1)\binom{n+1}{2} = k,$$

індекс k змінюється від $-(n-1)\binom{n+1}{2}$ до $(n-1)\binom{n+1}{2}$ при непарному n .

Для парного n — так само, але друга умова має вигляд:

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + \dots + (n-1)\alpha_{n-1} - (n-1)\binom{n+1}{2} = k, \quad \text{індекс } k \text{ змінюється від } -(n-1)\binom{n+1}{2} \text{ до } (n-1)\frac{n}{2}.$$

За допомогою вейвлет-перетворень з'являється можливість побудови агрегованого сигналу багатовимірних часових рядів систем моніторингу [3], що використовує в якості базисних функцій вейвлети. Таким чином, використовуючи саме вейвлет-перетворення, можна виділяти такі загальні сигнали. Саме до таких сигналів відносяться короткострокові провісники землетрусів.

Висновки

В роботі розглянуті основні властивості вейвлет-перетворень та їх переваги над спектральними методами, одна з них — можливість визначати наявність частот сигналу в довільний інтервал часу. Ці властивості та знання про природну блоковість літосфери дають змогу застосувати саме недіадні вейвлет-перетворення для розв'язання комплексної задачі геофізики – прогнозування землетрусів на основі короткострокових провісників.

Література

1. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – Іжевськ: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001 – 464 с.
2. Садовский М. А. О блоковой структуре литосферы земли. – Доклады АН СРСР, 1979. – Т. 247. – № 4. – С. 829–831.
3. Любушин А. А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга. – Москва: «Наука», 2007 – 228 с.
4. Подкур П.Н. О построении вейвлетов с коэффициентом масштабирования N на основе B -сплайнов. – Кемерово: КГУ, 2007 – 12 с.