УДК 681.325

Аспірант Новосад М.В.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

СПОСІБ ПОДАННЯ ІНФОРМАЦІЇ В КОДАХ ЛЮКА

Вступ

Розвиток комп’ютерних систем та компонентів спричинив появу принципово нових способів подання інформації [1,2]. Причому однією із задач стало не лише достовірна передача, але й швидка обробка інформації. Актуальним залишається й питання побудови простих алгоритмів корекції помилок під час обробки даних. Одним з недосліджених напрямків в цій галузі є коди Люка, які за своїми властивостями близькі до кодів Фібоначчі. Особливість цього способу кодування полягає в тому, що коди Люка забезпечують виявлення та виправлення помилок при передаванні, зберіганні та обробці інформації. Крім того, ці коди дозволяють значно прискорити обчислення і можуть бути використані при проектуванні високонадійних процесорів.

Постановка задачі

Метою статті є з’ясування переваг кодів Люка над вже добре відомими кодами Фібоначчі, які знайшли застосування в обчислювальній та вимірювальній техніці.

Слід дослідити:

- особливості подання натуральних чисел в кодах Люка;
- доцільність використання кодів Люка як інформаційної основи в обчислювальних системах.

Поняття p-коду Люка

p-кодом Люка будемо називати подання натурального число N у вигляді:

$$N = a_{n-1}L_p(n-1) + a_{n-2}L_p(n-2) + \ldots + a_0L_p(0), \qquad (1)$$

де $a_l \in \{0, 1\}$ - двійкова цифра в l-му розряді коду; $L_p(l)$ - вага l-го розряду $(l = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$, що обчислюється за рекурентною формулою:

$$L_p(l)=\begin{cases} p+1, \ \ при \ \ l=0; \\ 1, \ \ при \ \ l=1, \ 2,...,p; \\ L_p(l-1)+L_p(l-p-1) \ \ при \ \ l>p. \end{cases} \qquad (2)$$

$p \in \{0, 1, 2,...,\infty\}$ - параметр (порядок) коду.

Подання натурального числа N у вигляді (2) надалі будемо називати *р-кодом Люка* числа N.

Відзначимо, що поняття *р-коду Люка*, що задане виразом (1), включає теоретично нескінченну кількість способів подання натуральних чисел, тому що кожному параметру p відповідає свій код Люка.

Нехай p=0. У цьому випадку р-числа Люка збігаються з двійковими числами, тобто вираз (1) набуває вигляду: $N = a_{n-1}2^{n-1} + a_{n-2}2^{n-2} + ... + a_0 2^0$.

Систему числення (СЧ), у якій за базис взято послідовність р-чисел Люка, будемо називати *СЧ на основі р-кодів Люка* або просто *СЧ Люка.*

Порівняння р-кодів Люка та р-кодів Фібоначчі

р-кодом Фібоначчі називають подання натурального число N у вигляді [1]:

$N = a_{n-1}\varphi_p(n-1) + a_{n-2}\varphi_p(n-2) + ... + a_0\varphi_p(0)$, де $a_l \in \{0, 1\}$ - двійкова цифра в l-му разряді коду; $\varphi_p(l)$ - вага l-го разряду, що обчислюється за рекурентною формулою ($l = 0,1,2,....,n-1$):

$$\varphi(l)=\begin{cases} 0, \ \ при \ \ l<0; \\ 1, \ \ при \ \ l=0; \\ \varphi_p(l-1)+\varphi_p(l-p-1), \ \ при \ \ l>0. \end{cases}$$

Наведемо переваги р-кодів Люка над р-кодами Фібоначчі.

1. Коди Люка мають меншу надлишковість порівняно з кодами Фібоначчі. Отже, при фіксованому значенні розрядної сітки за допомогою кодів Люка можна подати більший діапазон чисел.

2. Розглянемо формули Біне для (р=1)-чисел Люка $L(n)$ і (р=1)-чисел Фібоначчі $F(n)$:

$$L(n) = \Phi^n + (-1)^n \Phi^{-n}, \qquad (3)$$

$$F(n)=\frac{\Phi^n-(-1)^n\cdot\Phi^{-n}}{\sqrt{5}}, \ \ де \ \Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ - золота пропорція.} \qquad (4)$$

Як бачимо, для чисел Люка формула Біне (3) містить меншу кількість операцій, ніж аналогічна формула (4) для чисел Фібоначчі. Більше того, вже при n > 10, Φ^{-n} < 0,01, тому другим доданком в формулі (3) можна знехтувати. Таким чином, позначивши $L = \{R\}$ як округлення дійсного числа R до найближчого цілого числа, отримаємо спрощену формулу для визначення n-го числа Люка:

$L(n) = \{ \Phi^n \}$, для $n > 1$. (5)

Формулою (5) доцільно користуватися при побудові базису для форматів даних з великою розрядністю (наприклад n = 16, 32, 64), а також при визначенні діапазонів подання натуральних чисел.

3. В (p=1)-коді Люка всі розряди мають різну вагу, тоді як в (p=1)-коді Фібоначчі два молодші розряди мають однакову вагу, що зумовлює необхідність застосування спеціальних правил обробки для двох молодших розрядів. Тому (p=1)-код Люка зручніший і простіший при апаратній та програмній реалізації, ніж (p=1)-код Фібоначчі.

Порівняння системи числення Люка з двійковою системою числення

СЧ Люка має ряд істотних переваг над класичною двійковою СЧ.

1. Якісно новою властивістю СЧ Люка є існування в ній простого в алгоритмічному розумінні способу безпосереднього віднімання чисел в прямих кодах. Це дозволяє відмовитись від застосування оберненого або доповняльного кодів, і всі арифметичні операції виконувати в прямих кодах.

2. Основна перевага кодів Люка для практичного застосування полягає в їх "природній" надлишковості, що може бути використана для цілей контролю числових перетворень. Джерелом надлишковості є множинність подання одного й того самого числа. Наприклад, число 10 у p=1-коді Люка має такі кодові подання: 01111 = 10011 = 10100.

При цьому різні кодові подання одного й того самого числа можуть бути отримані одне з іншого за допомогою спеціальних операцій згортки (011 → 100) і розгортки (100 → 011), виконуваних над кодовим зображенням числа.

Якщо над кодовим зображенням виконати всі можливі згортки, то ми прийдемо до спеціального зображення, яке називають мінімальною формою, у якому поруч не зустрічається двох одиниць. Якщо ж у кодовому зображенні виконати всі можливі операції розгортки, то прийдемо до спеціального зображення, яке називають максимальною (розгорнутою) формою, у якому поруч не зустрічається двох нулів.

Завдяки властивостям мінімальної та максимальної форми в арифметико-логічних пристроях можна виявити помилку вже за двома послідовно прийнятими розрядами коду. Це дозволяє зробити висновок про коректність прийнятого повідомлення за його частиною, не чекаючи кінця повідомлення. Така властивість може бути корисною для систем, в яких необхідно відслідковувати достовірність прийнятого повідомлення в реальному часі та з високою точністю.

3. p-коди Люка дозволяють виконувати арифметичні операції, починаючи зі старших розрядів. При цьому можна передавати результати для подальшої обробки не чекаючи надходження молодших розрядів. Ця властивість кодів Люка може бути використана в обчислювальних системах з потоковою обробкою інформації (конвеєрних, з програмованою архітектурою тощо).

4. Існування специфічної математичної властивості для ваги двійкових розрядів базису СЧ Люка. В p=1 ряді Люка 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123 ... такою властивістю є чергування парних та непарних чисел – після двох непарних чисел слідує одне парне число.

Властивість парності може бути використана для контролю арифметико-логічних операцій.

Висновки

СЧ на основі кодів Люка має ряд особливостей.

По перше, вона є двійково-кодованою за кількістю цифр (0,1), використовуваних для зображення чисел, і, отже, для її реалізації потрібна така ж елементна база, як і для класичної двійкової СЧ.

По-друге, запропонована система числення має надлишковість, що може бути використана для вирішення завдань контролю обчислювальної системи на всіх рівнях її організації, починаючи з операційних елементів - лічильників, регістрів, суматорів.

Отже, система числення на основі кодів Люка має ряд переваг над кодами Фібоначчі і двійковою системою числення, що створює перспективу застосування кодів Люка в галузі обчислювальної техніки, а також в теорії кодування, криптографії, для проектування висконадійних процесорів.

Література

1. *Стахов А. П.* Коды золотой пропорции. – М.: Радио и связь, 1984. – 152 с.
2. *Лужецький В.А.* Високонадійні математичні Фібоначчі-процесори. – "УНІВЕРСУМ-Вінниця", 2000. – 248 с.