УДК 621.396.96:681.32

Д.т.н., професор Дичка І.А., магістрант Пустова Т.Л.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

СПОСІБ СТАТИСТИЧНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ НАВІГАЦІЙНИХ ВИМІРЮВАНЬ

Вступ

При обробці масивів навігаційних вимірювань важливою є проблема фільтрації статистичних вимірювань випадкових величин. Під випадковими величинами розуміють відхилення відміток інформаційного об'єкта від його істинного положення, яке необхідно визначити за відмітками. Дана задача виникає під час обробки масивів відміток інформаційного об’єкта, що знаходиться на інформаційному просторі моніторингу в системі об’єднаної обробки даних, наприклад, в системі екологічного моніторингу.

Дані про об’єкт подаються у вигляді згрупованого за часом масиву координатної інформації (кожен кадр формується, наприклад, протягом 5 секунд). Аналізуючи послідовність інформаційних кадрів необхідно відтворити траєкторію руху об’єкта.

Математичним апаратом вирішення подібних задач є метод статистичної оцінки значимості відмінностей масивів даних, що ґрунтується на розрахунку критеріїв Фішера і Стьюдента [1]. Таким чином, виникає задача перетворення координатної інформації про об’єкти до вигляду придатного для застосування методу статистичної оцінки масивів даних. Крім того, потребує додаткового аналізу ефективність використання відомих математичних моделей у випадку нерівноточних вимірювань координат.

Постановка задачі

Метою статті є розроблення способу зведення задачі оцінки статистичної відмінності масивів виміряних координат до відомої математичної моделі вирішення цієї задачі. При цьому за допомогою статистичного моделювання проводиться порівняння ефективності рішень при рівноточних та нерівноточних вимірюваннях.

Математична модель вирішення задачі

Існують дві множини вибіркових значень. Для кожної множини вибіркових значень необхідно обчислити середнє арифметичне m_x, m_y і дисперсію S_x^2, S_y^2.

Середнє арифметичне:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} x_i ,$$

дисперсія:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n * \bar{x}^2\right),$$

де n обсяг вибірки, x_i – варіанти вибірки.

Більша з вибіркових дисперсій S_x^2, S_y^2, позначається S_1^2, менша – S_2^2. Далі задається рівень значущості α_1 для критерію Фішера. Значення F-критерію Фішера розраховується за формулою

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}.$$

Порівнюємо розраховане значення F-критерію з критичним значенням F-критерію при заданому рівні значущості α_1 та кількості ступенів свободи $v_1 = n_x - 1$ і $v_2 = n_y - 1$, де n_x, n_y – кількість елементів у першій та другій вибірках.

Якщо обчислене значення F-критерію більше або дорівнює критичному, то вважається, що дисперсії розрізняються на незначну величину на заданому рівні значущості, і вводиться ознака *F1* = 0. В іншому випадку дисперсії розрізняються, і вводиться ознака *F1* = 1. Залежно від кількості елементів та значення ознаки *F1* розраховується значення t-критерію (критерій Стьюдента) та кількість ступенів свободи ν.

Далі задається рівень значущості α. Знаходимо критичне значення t_α при заданому α і ν. За формулами, наведеними в табл. 1, розраховується значення параметра *t*. Порівнюємо t_α і *t*: якщо $t > t_\alpha$, то вибіркові значення розрізняються на вибраному рівні значущості, інакше – різниця неістотна.

Таблиця 1. Формули для розрахунку значення t-критерію

№ п/п	Припу-щення про диспер-сію σ_x^2 і σ_y^2	Обсяг вибірок n_x, n_y	Формула t-крите-рію	Стандартна помилка різниці $S_{\bar{x}-\bar{y}}$	Кількість ступенів свободи ν
1	$\sigma_x^2=\sigma_y^2$	$n_x=n_y=n$	$t=\frac{\lvert\bar{x}-\bar{y}\rvert}{S_{\bar{x}-\bar{y}}}$	$S_{\bar{x}-\bar{y}}=\sqrt{\frac{S_x^2+S_y^2}{n}}$	$\nu=2*n-2$
2	$\sigma_x^2=\sigma_y^2$	$n_x\neq n_y$		$S_{\bar{x}-\bar{y}}=\sqrt{\frac{n_x+n_y}{n_x*n_y}}\times\sqrt{\frac{(n_x-1)S_x^2+(n_y-1)S_y^2}{n_x+n_y-2}}$	$\nu=n_x+n_y-2$
3	$\sigma_x^2\neq\sigma_y^2$	$n_x=n_y=n$		$S_{\bar{x}-\bar{y}}=\sqrt{\frac{S_x^2+S_y^2}{n}}$	$\nu=(n-1)*\frac{(S_x^2+S_y^2)^2}{S_x^4+S_y^4}$
4	$\sigma_x^2\neq\sigma_y^2$	$n_x\neq n_y$		$S_{\bar{x}-\bar{y}}=\sqrt{\frac{S_x^2}{n_x}+\frac{S_y^2}{n_y}}$	$\nu=\frac{\left(\frac{S_x^2}{n_x}+\frac{S_y^2}{n_y}\right)^2}{\frac{S_x^4}{n_x^2(n_x-1)}+\frac{S_y^4}{n_y^2(n_y-1)}}$

Алгоритм перетворення координатної інформації про об’єкти

Масив відміток інформаційних об’єктів розділяється на групи відміток, віднесених до різних об'єктів за близькістю координат [2]. Масиви відміток, що відносяться до об'єктів, відстані між якими менші за задане середньоквадратичне відхилення (передбачається, що таких масивів не більше двох), обробляються за наступним алгоритмом.

За координатами відміток, що є в цих двох масивах, проводиться пряма лінія методом найменших квадратів. Визначається абсолютне значення відстані відміток в кожному масиві від цієї лінії. Передбачається, що відстані точок від лінії мають нормальний розподіл і використовується метод перевірки статистичних гіпотез про значущість відмінності математичних сподівань відстаней точок, що належать до різних масивів.

Якщо при використанні методу перевірки статистичних гіпотез було прийнято рішення про відмінність масивів вибіркових значень, то кожен з масивів визначається як окремий, в іншому випадку всі відмітки відносяться до масиву, який містить більшу кількість оцінок.

Оцінка впливу нерівноточності вимірів на результати статистичного аналізу

Задача вирішена методом статистичного моделювання [3]. На рис.1 наведені результати застосування методу перевірки статистичних гіпотез при рівноточних і нерівноточних вимірах – залежність відстані між масивами, при якому приймається правильне рішення про статистичне розходження масивів з ймовірністю 0,9 від кількості елементів масиву при різних помилках вимірювання. Для всіх випадків значення рівня значущості Фішера приймається рівним 0,05, а значення рівня значимості Стьюдента – 0,1. Середнє середньоквадратичне відхилення (СКВ) нерівноточних вимірювань дорівнює середньоквадратичному відхиленню рівноточних вимірів. На рис.1: крива 1.1 – датчики рівноточні, СКВ= 100 м; крива 1.2 – датчики нерівноточні, СКВ= 100 м; крива 2.1 – датчики рівноточні, СКВ= 150 м; крива 2.2 – датчики нерівноточні, СКВ= 150 м; крива 3.1 – датчики рівноточні, СКВ= 200 м, крива 3.2 – датчики нерівноточні, СКВ= 200 м.

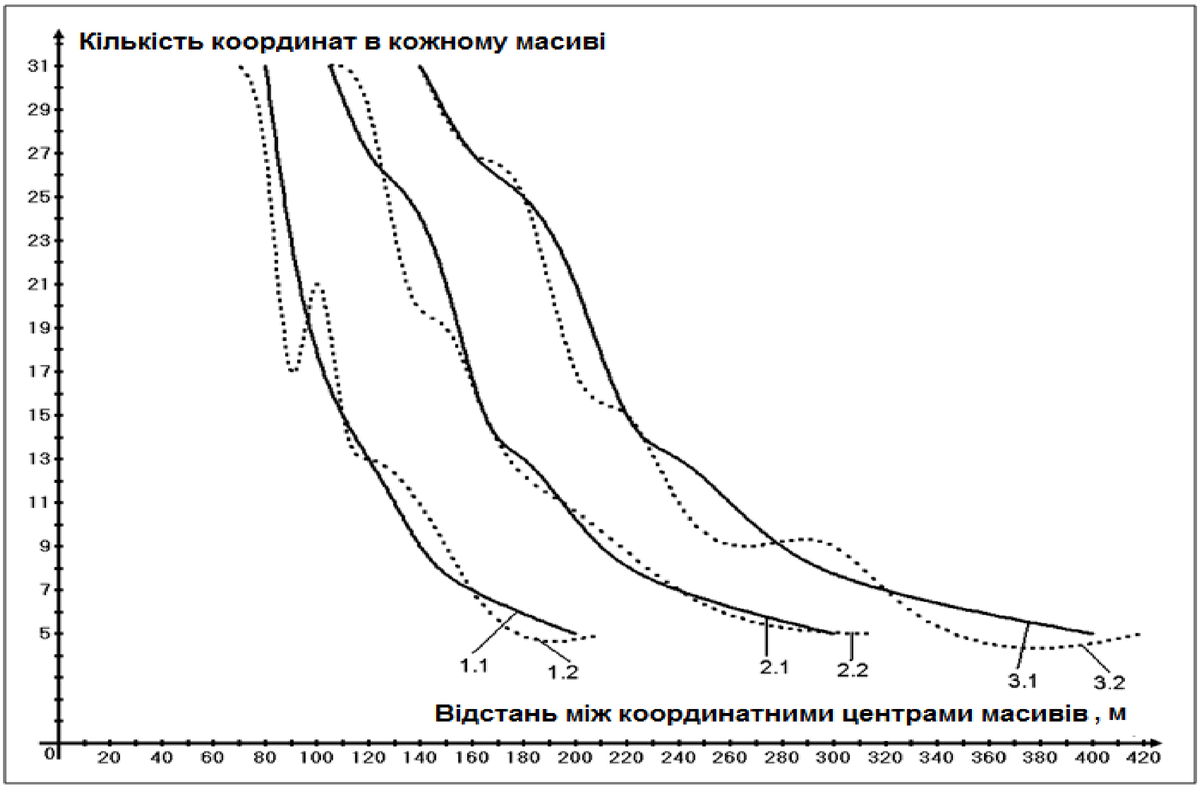

Рис.1. Результати моделювання

Висновки

Використання даного способу дозволяє вибрати мінімальну величину інтервалу групування вимірів у часі.

Порівняння залежностей відстані між масивами, при якому приймається правильне рішення про статистичне розходження масивів, від кількості елементів масиву при різних рівнях значимості критеріїв і різних помилки вимірювання при рівноточній і нерівноточній моделі вимірювання координат з однаковими середніми СКВ, показує, що фактор нерівноточності неістотно впливає на результат.

Подальшого дослідження потребують випадки коли аналізувати слід не два, а більше масивів відміток.

Література

1. *С.Р. Рао.* Линейные статистические методы и их применения. – М.: Наука, 1968. – 256с.
2. *Фарина А, Студер Ф.* Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320с.
3. *Blackman, Samuel S.* Design and analysis of modern tracking systems. – Archer House. – 1999. – P.1232.